Die Struktur hochangeregter Lochzustände von Atomkernen im Kontinuum-Schalenmodell

I N A U G U R A L D I S S E R T A T I O N

zur Erlangung der Doktorwürde

der

Freien Universität Berlin

Fachbereich Physik

vorgelegt von

Wolfgang F r i t s c h

aus Berlin

- Mai 1974 -

Die Struktur hochangeregter Lochzustände von Atomkernen im Kontinuum-Schalenmodell

I N A U G U R A L D I S S E R T A T I O N

zur Erlangung der Doktorwürde

der

Freien Universität Berlin

Fachbereich Physik

vorgelegt von

Wolfgang F r i t s c h

aus Berlin

- Mai 1974 -

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

1. Gutachter: Prof. Dr. R. Lipperheide

2. Gutachter: Prof. Dr. H. Gabriel

Tag der mündlichen Prüfung: 26. 6. 74

Tag der Promotion:

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Zusammenfassung	
1. Einleitung	1
2. Allgemeine Betrachtung zu Lochzuständen in Kernen	4
2.1 Experimentelle Situation	4
2.2 Einführung in die theoretische Behandlung	5
3. Die Berechnung der Lochspektralfunktion	9
3.1 Die Berechnung der Spektralfunktion in Störungstheorie	9
3.2 Die Berechnung der Spektralfunktion im Kontinuum - Schalenmodell	13
3.3 Die Berechnung des Massenoperators im Kontinuum - Schalenmodell mit Einschluß von Grundzustandskorrelationen	20
4. Integrale Eigenschaften der Spektralfunktion	27
5. Einzelheiten der numerischen Rechnungen	34
6. Ergebnisse der Rechnungen	45
6.1 Die Reaktion $^{12}C(p,2p)$	46
6.1.1 Spektren bei Vernachlässigung von Grundzustandskorrelationen	46
6.1.2 Spektren bei Mitnahme von Grundzustandskorrelationen	49
6.1.3 Besetzungswahrscheinlichkeiten, Ablösearbeiten und Verteilungsbreiten	51
6.2 Die Reaktion $^{16}O(p,2p)$	54
7. Zusammenfassende Diskussion	57
Anhang	
I Der vollständige Ausdruck für den PWIA-Wirkungsquerschnitt	60
II Drehimpulsgekoppelte Basis und Matrixelemente	62
III Massenoperator $M^{A+1,PT}(W)$ und Verteilungsbreite $\tilde{\Gamma}^{\downarrow}$	66
Tabellen	67
Abbildungen	76
Literaturverzeichnis	86

Zusammenfassung

Die Struktur hochangeregter Lochzustände wird für ^{12}C und ^{16}O in numerischen Rechnungen im Kontinuum-Schalenmodell untersucht. Es wird eine einfache Methode zur Berücksichtigung von Targetkorrelationen abgeleitet und angewendet. Die Ergebnisse werden durch Angabe von (p,2p)-Wirkungsquerschnitten illustriert, wobei die ein- und auslaufenden Protonen durch ebene Wellen beschrieben werden.

Das Restkernspektrum, das sich bei Wegnahme eines Nukleons aus dem Targetkern ergibt, wird durch die Lochspektralfunktion beschrieben, die Korrelationen unter den Nukleonen aufgrund der Restwechselwirkung und die Kopplung an Kontinuumskanäle berücksichtigt. Es werden die Verfahren zur Berechnung der Spektralfunktionen besprochen, die Methode der Störungstheorie, die auf einen störungstheoretischen Ausdruck für den Massenoperator zurückgeht, und die Methode des Kontinuum-Schalenmodells, die auf der Diagonalisierung des Hamiltonoperators in einem beschränkten Konfigurationsraum unter Vernachlässigung von direkten Wechselwirkungen zwischen ungebundenen Zuständen beruht. Es zeigt sich, daß in der Formulierung des Kontinuum-Schalenmodells nicht mehr wie in Störungstheorie gebundene Konfigurationen im Energiebereich des kontinuierlichen Restkernspektrums zu unphysikalischen Beschränkungen der Breite und Lage von Resonanzen führen. Zur Vereinfachung der numerischen Rechnungen wird ein Massenoperatorausdruck hergeleitet, der im Kontinuum-Schalenmodell zu berechnen ist, der jedoch Korrelationen im Targetkern nur störungstheoretisch enthält.

Aus den Energiemomenten der Spektralfunktion läßt sich die Besetzungszahl eines Schalenmodellzustands im Targetkern, die mittlere Ablösearbeit für ein Nukleon in diesem Zustand und die Breite der Verteilung des Zustands über kompliziertere Konfigurationen gewinnen. Es wird die Rolle von hochenergetischen Schwänzen der Spektralfunktion diskutiert und gezeigt, wie die Energiemomente zum Vergleich der Rechnungen mit den noch ungenauen Experimenten bzw. zur Festlegung von phänomenologischen Parametern in den Rechnungen verwendet werden können.

In die Rechnungen gehen als phänomenologische Parameter Einteilchenpotentiale und eine Zweikörperwechselwirkung mit Reichweite Null ein. Die durch Diagonalisierung in einem Raum von 1 Loch- und 1 Teilchen-2 Loch-Konfigurationen berechneten Spektren zeigen bei großer Separationsenergie die erwarteten Verbreiterungen von Resonanzen im Vergleich zu den Ergebnissen, die mit einem störungstheoretischen Massenoperator zweiter Ordnung in der Wechselwirkung gewonnen worden sind; ferner treten Verschiebungen der Resonanzen um einige MeV auf. Die Berücksichtigung von Targetkorrelationen führt zu einer Verschiebung vor allem des tiefsten gebundenen Zustands. Die Beiträge von hochenergetischen Schwänzen der Spektralfunktion zu den Energiemomenten erweisen sich als wichtig.

1. Einleitung

Lochzustände in Atomkernen, die als Endzustände in direkten Reaktionen wie (p,2p), (e,e'p), (p,d) und (d,^{3}He) auftreten, sind in der Vergangenheit auf der Grundlage des Schalenmodells der Kerne untersucht worden. Im einfachsten Modell, dem Einteilchen-Schalenmodell, befinden sich die Nukleonen in energetisch wohldefinierten Zuständen; Lochzustände in diesem Modell erhält man durch Wegnahme eines Nukleons, z.B. in einer der oben angeführten Reaktionen, bei bestimmten diskreten Separationsenergien, die den Bindungsenergien der Nukleonen entsprechen. Die Spektren zeigen dann scharfe "Resonanzen" bei diesen Separationsenergien, die Winkelkorrelation (bei quasifreier Streuung) bzw. die Winkelverteilung (bei Pick-up-Reaktionen) der Reaktionsprodukte ist durch den Drehimpuls des jeweiligen Schalenmodellzustands gegeben.

Zwei wichtige Aspekte von Lochzuständen werden im Einteilchen-Schalenmodell nicht berücksichtigt. Zum einen führen bei einer realistischeren Betrachtung Korrelationen zwischen den Nukleonen zu einer Aufspaltung der einfachen Schalenmodellkonfigurationen in viele "wahre" Zustände des Restkerns. Zum anderen haben Zustände oberhalb der ersten Teilchenschwelle aufgrund ihrer endlichen Lebensdauer eine Breite; das Lochspektrum ist dort kontinuierlich.

Eine vollständige Beschreibung des Restkernspektrums, in der Korrelationen und Kontinuumseffekte berücksichtigt werden, ist durch die "Lochspektralfunktion" des Targetkerns gegeben[1]. Berechnungen der Lochspektralfunktion in einem störungstheoretischen Näherungsverfahren[2)-5)] zeigen eine Verteilung der Einteilchenstärke auf gebundene Zustände und auf viele schmale Resonanzen in einem weiten Energiebereich. Kürzlich ist dargelegt worden[6], daß die Breite von Resonanzen bei Rechnungen im Rahmen der Störungstheorie grundsätzlich, d.h. in jeder Ordnung und bei jeder Wahl der Wechselwirkung, beschränkt ist, und daß ferner solche unphysikalischen Einschränkungen nicht auftreten, wenn man von einer Formulierung auf der Basis des Kontinuum-Schalenmodells mit Restwechselwirkungen Gebrauch macht.

Der Formalismus des Kontinuum-Schalenmodells für die Berechnung der Spektralfunktion ist bei Berücksichtigung von Korrelationen auch im Targetkern numerisch sehr aufwendig. Inhalt der vorliegenden Arbeit ist nun (1) die Ableitung einer vereinfachten Methode zur Mitnahme von Targetkorrelationen, und (2) die konkrete Berechnung der Spektralfunktion im Rahmen des Kontinuum-Schalenmodells.

Beim Vergleich der Ergebnisse der Rechnungen mit experimentellen Daten sind zwei Aspekte zu beachten. Zum einen hat bislang die Energieauflösung und Statistik der Messungen eine Beobachtung der detaillierten Energieabhängigkeit der Spektralfunktion verhindert; daher wird sich ein Vergleich eher auf die integralen Eigenschaften der Spektralfunktion, wie die ersten Momente, beziehen. Zum anderen sind die Auswirkungen der Näherungen, die in das Modell eingehen, quantitativ schwer zu überblicken, so daß nicht der Anspruch erhoben werden kann, daß die Rechnungen Einzelheiten von genaueren Messungen, wie Lage und Stärke von Resonanzen, voraussagen. Die Bedeutung der hier vorgelegten numerischen Ergebnisse liegt eher darin, die Veränderungen in den Lochspektren zu demonstrieren, die sich beim Übergang von der Beschreibung durch die Störungstheorie zu der durch das Kontinuum-Schalenmodell ergeben und die bei Mitnahme von Targetkorrelationen auftreten.

Im zweiten Abschnitt wird zunächst ein kurzer Überblick über den Stand der Experimente auf dem Gebiet der hochenergetischen quasifreien Streuung und direkter Pick-up-Reaktionen gegeben. Für die Illustration der berechneten Lochspektren anhand der (p,2p)-Reaktion wird angegeben, wie deren Wirkungsquerschnitt mit der Lochspektralfunktion zusammenhängt.

Im dritten Abschnitt wird die Methode der Berechnung der Spektralfunktion in Störungstheorie und im Kontinuum-Schalenmodell referiert; die beiden Verfahren werden kurz verglichen. Ein Unterabschnitt enthält die Ableitung eines Ausdrucks für den Massenoperator, der in einem eingeschränkten Sinn im Kontinuum-Schalenmodell zu berechnen ist, Effekte von Target-Korrelationen aber

nur in Störungstheorie berücksichtigt. Dieser Ausdruck ist die Grundlage für eine einfache Einführung von Grundzustandskorrelationen in die numerischen Rechnungen.

Einige integrale Eigenschaften der Spektralfunktion, nämlich die Größe der ersten Momente bezüglich der Energie, werden im vierten Abschnitt erörtert.

In einem fünften Abschnitt werden Einzelheiten der Rechnungen besprochen, insbesondere die Wahl der Einteilchenenergien und der Zweiteilchenwechselwirkung.

Die Darstellung und Diskussion der Rechnungen für die Kerne ^{11}B und ^{15}N bzw. für die Reaktion $^{12}C(p,2p)$ und $^{16}O(p,2p)$ findet man im sechsten Abschnitt.

Der siebente Abschnitt enthält eine zusammenfassende Diskussion.

2. Allgemeine Betrachtung zu Lochzuständen in Kernen

2.1 Experimentelle Situation

Seit dem Ende der fünfziger Jahre ist eine Reihe von (p,2p)-Experimenten zur Untersuchung der Schalenstruktur von Kernen durch geführt worden. Eine Zusammenstellung der Literatur unter Einschluß von (e,e'p)-Experimenten sowie Hinweise auf andere Übersichtsartikel findet man in den Arbeiten von Jacob und Maris[7]. Daraus ergibt sich das folgende Bild. Bei typischen kinetischen Energien um 500 MeV stößt das einfallende Proton quasifrei mit einem Targetproton. Die Winkelverteilung der koinzident gemessenen auslaufenden Protonen ist in dieser Näherung ein direktes Maß für die Impulsverteilung des Protons im Target, sie läßt sich in PWIA (Plane Wave Impulse Approximation) oder DWIA (Distorted Wave Impulse Approximation) berechnen. Trägt man den Reaktionswirkungsquerschnitt über der Anregungsenergie des Restkerns auf, so erkennt man Resonanzstrukturen, deren Breiten mit zunehmender Anregungsenergie anwachsen; durch Auswertung der Winkelverteilung gelingt es, den Resonanzen Drehimpulse zuzuordnen, die qualitativ im Einklang mit Erwartungen aus dem einfachen Schalenmodell stehen.

Eine genauere Analyse der (p,2p)-Spektren wird durch die unzureichende absolute Energieauflösung ($\Delta E \gtrsim 5$ MeV) und mangelnde Statistik verwehrt. Im allgemeinen gelten ähnliche Einwände auch für die Ergebnisse der analogen (e,e'p)-Reaktion. In einer neueren Arbeit der Saclay-Gruppe[8] über quasifreie Elektronenstreuung am ^{12}C beträgt die Energieauflösung 1.2 MeV; aufgrund der Statistik kann aber auch aus dieser Messung nicht entschieden werden, ob das Restkernspektrum bei hohen Anregungsenergien, wie im Bereich der breiten "1s-Resonanz", Unterstrukturen enthält.

Seit dem Einsatz von Zyklotrons mit Energien um 50 MeV ist die Untersuchung von inneren Schalen von Kernen auch durch Pick-up-Reaktionen möglich. In den zusammenfassenden Arbeiten von Wagner[9),10] wird demonstriert, wie die gegenüber (p,2p)- und (e,e'p)-Experimenten stark verbesserte Energieauflösung (etwa 100 keV) und Statistik von (d,^{3}He)-Daten eine detaillierte spektroskopische Analyse hochangeregter Zustände des Restkerns ge-

stattet. Eine neuere Untersuchung der (p,d)-Reaktion an leichten Kernen[11),12)] zeigt denn auch zu ersten Mal etwa im Fall des ^{12}C Resonanzstrukturen mit Breiten von der Größenordnung der experimentellen Energieauflösung (1 MeV) selbst in dem Energiebereich, in dem bei der quasifreien Streuung nur eine breite "1s-Resonanz" beobachtet worden ist. Allerdings ist der Anwendungsbereich von Pick-up-Reaktionen auf nicht zu hohe Anregungsenergien beschränkt, da die Absorption der komplexen Teilchen mit der Nukleon-Separationsenergie anwächst.

2.2 Einführung in die theoretische Behandlung

Die in den Arbeiten von Wagner[8)] und von Källne und Fagerström[11),12)] dargestellte Verträglichkeit von Separationsenergiespektren aus Knock-out- und Pick-up-Reaktionen stützt die jeweilige Analyse in PWIA und PWBA (Plane Wave Born Approximation) bzw. in DWIA und DWBA, insbesondere also die Annahme, daß das Nukleon in einem Einstufenprozeß aus dem Targetkern gelöst wird. Der Wirkungsquerschnitt faktorisiert dann in zwei Anteile, in denen getrennt der Reaktionsmechanismus und die Struktur des Restkernspektrums behandelt wird. Für das Beispiel des (p,2p)-Wirkungsquerschnitts gilt in PWIA unter Verwendung der kinematischen Variablen von Abb. 1

$$\frac{d^6\sigma}{dE_0'\, d\Omega_0'\, dE_1'\, d\Omega_1'} = F_{kin}\ \frac{d\sigma^{fr}}{d\Omega}\ S(\vec{p}_1; W) \quad , \tag{2.1}$$

mit der (diagonalen) Lochspektralfunktion[1)]

$$S(\vec{q}; W) = \langle A | a^+(\vec{q})\ \delta(W + H - W_A^0)\ a(\vec{q}) | A \rangle . \tag{2.2}$$

Dabei ist

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_0' + \vec{p}_1' - \vec{p}_0 \tag{2.3}$$

der (negative) bei der Reaktion auf den Restkern übertragene Impuls,

$$W_1 = E_0' + E_1' - E_0 - mc^2 \tag{2.4}$$

die negative Separationsenergie oder die Summe des negativen Reaktions-Q-Werts und der Anregungsenergie des Restkerns; F_{kin} ist ein kinematischer Faktor. $\frac{d\sigma^{fr}}{d\Omega}$ bedeutet den freien p-p-Streuquerschnitt bei der passenden Schwerpunktsenergie. Dieser Faktor ersetzt das off-shell-Matrixelement der p-p-Streuung, das in Impuls-Näherung zunächst auftritt; eine Rechtfertigung der Substitution für Einschußenergien oberhalb 200 MeV findet man bei Redish et al.[13].

Im Ausdruck (2.2) für die Lochspektralfunktion bezeichnet $|A\rangle$ den normierten A-Teilchen-Grundzustand ("Target-Zustand"), W_A^o dessen Energie, H den totalen Hamilton-Operator, und $a(\vec{q})$, $a^+(\vec{q})$ den Vernichtungs- bzw. Erzeugungsoperator für ein Nukleon mit Impuls $\vec{q}$ (Spin- und Isospinvariable haben wir hier unterdrückt). Die Spektralfunktion gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, ein Teilchen mit dem Impuls $\vec{q}$ im A-Teilchen-Grundzustand vorzufinden, multipliziert mit der Wahrscheinlichkeit, daß der Zustand des (A-1)-Teilchen-Systems mit der Energie W_A^o-W entsteht, wenn man ein Nukleon mit dem Impuls $\vec{q}$ aus dem A-Teilchen-Grundzustand herausnimmt. Sie enthält keine Information über den Mechanismus der Locherzeugung und führt daher zur im wesentlichen gleichen Struktur von Pick-up- und Knock-out-Reaktionsquerschnitten.

Wir werden also im folgenden Lochzustände in Kernen untersuchen, indem wir die Spektralfunktion berechnen. Zur Illustrierung der Ergebnisse werden jeweils Wirkungsquerschnitte der (p,2p)-Reaktion angegeben; zu diesem Zweck ist eine Knock-out-Reaktion ausgewählt worden, weil hier, anders als in Pick-up-Reaktionen, bei hoher Einschußenergie Distorsionseffekte der ein- und auslaufenden Wellen keine wesentliche Rolle spielen. Solche Effekte sind in einem gegenüber (2.1) modifizierten Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt berücksichtigt[1], der von verschiedenen Autoren in praktikablen Näherungsverfahren berechnet worden ist[7),14]. Der in DWIA berechnete Wirkungsquerschnitt unterscheidet sich von dem Ausdruck (2.1) in erster Linie durch einen schwach energieabhängigen Reduktionsfaktor[15]. Solche Reduktionsfaktoren werden in den Arbeiten der Liverpool-Gruppe[16),17]

und der CERN-Gruppe[18] aus Messungen und PWIA-Rechnungen extrahiert.

Für die weitere Diskussion der Spektralfunktion ist es bequem, zur Schalenmodellbasis überzugehen. Es seien $\varphi_\nu(\vec{q})$ die diskreten und kontinuierlichen Einteilcheneigenfunktionen eines Schalenmodellhamiltonoperators, mit

$$H_o = \sum\!\!\!\!\!\!\int_\nu \varepsilon_\nu \, a_\nu^+ a_\nu \quad . \tag{2.5}$$

Die Transformation für die Spektralfunktion lautet dann

$$S(\vec{q};W) = \sum\!\!\!\!\!\!\int_{\nu,\nu'} \varphi_\nu(\vec{q}) \, \varphi_{\nu'}^*(\vec{q}) \, S_{\nu\nu'}(W) \tag{2.6}$$

mit der Schalenmodellspektralfunktion

$$S_{\nu\nu'}(W) = \langle A | \, a_{\nu'}^+ \, \delta(W + H - W_A^o) \, a_\nu \, | A \rangle \quad . \tag{2.7}$$

Der Hamiltonoperator ist entsprechend aufgeteilt in

$$H = H_o + V_R \quad , \tag{2.8}$$

wobei V_R die Restwechselwirkung ist.

Bevor wir uns der Berechnung der Spektralfunktion zuwenden, erinnern wir an die konventionelle phänomenologische Analyse der experimentellen Spektren. Darin wird der Kern in einem Einteilchenmodell beschrieben, so daß die Spektralfunktion

$$S(\vec{q};W) = \sum_{\substack{\nu \\ \varepsilon_\nu \le \varepsilon_F}} |\varphi_\nu(\vec{q})|^2 \, \delta(W - \varepsilon_\nu) \tag{2.9}$$

aus Beiträgen bei diskreten Separationsenergien $S_\nu = -W_\nu = -\varepsilon_\nu$ besteht. Die Resonanzen sind durch gebundene Zustände bei S_ν approximiert, auch wenn S_ν im kontinuierlichen Teil des (A-1)-Teilchen-Spektrums liegt. Abweichungen vom Einteilchenmodell werden durch Einführung von "Spektroskopischen Faktoren" in (2.9) berücksichtigt. Die Winkelverteilung ist durch die zum Lochzustand $|\nu\rangle$ ge-

hörige stationäre Impulsraumwellenfunktion bestimmt. Die unter Einschluß von Distorsionseffekten berechneten Winkelverteilungen zeigen vielfach noch signifikante Abweichungen von den Meßdaten[19),20)]. Versuche, die endliche Breite der zerfallenden Lochzustände durch die Einführung eines komplexen Lochpotentials zu berücksichtigen[21)-23)], führen zu keiner wesentlichen Änderung der gerechneten Winkelverteilung.

Die Breite des 1s-Zustands ist von Köhler[24)] in einer Kernmaterie-Rechnung durch Annahme eines Werts für die kinetische Energie für eine Reihe von Kernen berechnet worden. Hughes, Fallieros und Goulard[25)] geben Werte für die Breite von tiefliegenden Lochzuständen an, die sie durch Kopplung des Lochzustands an einfache gebundene 1-Teilchen-2-Loch-Konfigurationen erhalten. Die so berechneten Werte stimmen mit den beobachteten Halbwertsbreiten gut überein. Dagegen erhalten Dieperink und Brussaard[26)] bei einer Abschätzung der Breite durch einen störungstheoretischen Ausdruck einen zu großen Wert. Dabei ist allerdings stets zu beachten, daß Halbwertsbreiten nicht ohne weiteres mit den berechneten Breiten verglichen werden können; wir kommen auf diese Frage in Kapitel 4 zurück. Ferner geht in die experimentellen Breiten noch die Energieauflösung ein.

3. Die Berechnung der Lochspektralfunktion

Zur konkreten mikroskopischen Berechnung der Lochspektralfunktion mit Einschluß des Kontinuums sind bisher zwei Verfahren diskutiert worden. Wir referieren im Abschnitt 3.1 kurz die Methode der Störungstheorie (PT, Perturbation Theory)[1),4)], in Abschnitt 3.2 die Berechnung durch Diagonalisierung in einem (beschränkten) Konfigurationsraum im Kontinuums-Schalenmodell (CSM, Continuum Shell Model)[6)] und vergleichen beide Verfahren. Für Einzelheiten verweisen wir auf die Originalarbeiten.

In einem weiteren Abschnitt 3.3 wird ein Ausdruck hergeleitet, der auf einer Mischung beider Verfahren beruht, und der die Grundlage für eine einfache Berücksichtigung von Korrelationen im Targetkern bei numerischen Rechnungen im CSM bildet.

3.1 Die Berechnung der Spektralfunktion in Störungstheorie

Die Lochspektralfunktion $S^{a}_{\nu\nu'}(W)$ ist gegeben durch den Imaginärteil der (durch geeignete Phasenwahl in den Indizes ν, ν' symmetrischen) avancierten Greenfunktion $G_{\nu\nu'}(W-i\eta)$:

$$S^{a}_{\nu\nu'}(W) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} G^{a}_{\nu\nu'}(W-i\eta) \tag{3.1}$$

mit

$$G^{a}_{\nu\nu'}(z) = \langle A | a^{+}_{\nu'} (z + H - W^{o}_{A})^{-1} a_{\nu} | A \rangle \quad . \tag{3.2}$$

Die volle Greenfunktion ist die Summe der avancierten und der retardierten Greenfunktion

$$G_{\nu\nu'}(z) = G^{a}_{\nu\nu'}(z) + G^{r}_{\nu\nu'}(z) \tag{3.3}$$

mit

$$G^{r}_{\nu\nu'}(z) = \langle A | a_{\nu} (z - H + W^{o}_{A})^{-1} a^{+}_{\nu'} | A \rangle \quad . \tag{3.4}$$

In den meisten Fällen gilt

$$W^{o}_{A} - W^{o}_{A-1} < W^{o}_{A+1} - W^{o}_{A} \quad , \tag{3.5}$$

so daß die Singularitäten der retardierten und der avancierten

Greenfunktion in disjunkten Energiebereichen liegen. Die Spektralfunktion wird dann aus der vollen Greenfunktion berechnet:

$$S^{\alpha}_{\nu\nu'}(W) = \frac{1}{\pi}\ \mathrm{Im}\ G_{\nu\nu'}(W-i\eta)\cdot\ \Theta(W^{\circ}_{A}-W^{\circ}_{A-1}-W)\ . \qquad (3.6)$$

Die Greenfunktion ist mit dem Massenoperator $M_{\nu\nu'}$ verknüpft durch die Dysongleichung

$$\sum_{\mu}\ \{(z-\varepsilon_{\nu})\,\delta_{\nu\mu} - M_{\nu\mu}(z)\}\,G_{\mu\nu'}(z) = \delta_{\nu\nu'}\ . \qquad (3.7)$$

Der Massenoperator $M_{\nu\nu'}(z)$ läßt sich in Störungstheorie nach Potenzen der Wechselwirkung entwickeln:

$$M_{\nu\nu'}(z) = \sum_{n\geq 1} M^{(n)}_{\nu\nu'}(z)\ . \qquad (3.8)$$

Die Ausdrücke für den Massenoperator vereinfachen sich, wenn man eine selbstkonsistente Einteilchenbasis einführt, so daß

$$V_R = \frac{1}{4}\sum_{\alpha\beta\gamma\delta}\bar{V}_{\alpha\beta\delta\gamma}\,a^{+}_{\alpha}a^{+}_{\beta}a_{\gamma}a_{\delta} - \sum_{\underline{k},\alpha\gamma}\bar{V}_{\alpha\underline{k}\gamma\underline{k}}\,a^{+}_{\alpha}a_{\gamma}\ . \qquad (3.9)$$

Unter- (über-)strichene Summationsindizes $\underline{k}$ ($\bar{k}$) bedeuten hier, wie auch im folgenden, daß die Summe auf Zustände mit ε_k unterhalb (oberhalb) der Fermienergie ε_F beschränkt ist. $\bar{V}_{\alpha\beta\gamma\delta}$ ist das antisymmetrisierte Matrixelement der vollen Wechselwirkung. Weiter führen wir Operatoren ein, die mit Hilfe der normalgeordneten[27] Produkte von Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren ausgedrückt sind:

$$H_0 := \sum_{\nu}\varepsilon_{\nu}\,:a^{+}_{\nu}a_{\nu}: = H_0 - \sum_{\underline{\alpha}}\varepsilon_{\alpha} \qquad (3.10)$$

$$V := \frac{1}{4}\sum_{\alpha\beta\gamma\delta}\bar{V}_{\alpha\beta\delta\gamma}\,:a^{+}_{\alpha}a^{+}_{\beta}a_{\gamma}a_{\delta}: = V_R + \frac{1}{2}\sum_{\underline{\alpha}\,\underline{\beta}}\bar{V}_{\alpha\beta\alpha\beta} \qquad (3.11)$$

$$J_{\nu} := \frac{1}{2}\sum_{\beta\gamma\delta}\bar{V}_{\nu\beta\delta\gamma}\,:a^{+}_{\beta}a_{\gamma}a_{\delta}: = -\varepsilon_{\nu}a_{\nu} - [H, a_{\nu}] \qquad (3.12)$$

$$J^{+}_{\nu} := \frac{1}{2}\sum_{\alpha\beta\delta}\bar{V}_{\alpha\beta\nu\delta}\,:a^{+}_{\alpha}a^{+}_{\beta}a_{\delta}: = -\varepsilon_{\nu}a^{+}_{\nu} + [H, a^{+}_{\nu}]\ . \qquad (3.13)$$

Ferner sei $|0\rangle$ der Hartree-Fock-Grundzustand des A-Teilchen-Systems. Für die Terme in der Entwicklung (3.8) des Massenoperators gilt dann[28)]

$$M^{(1)}_{\nu\nu'}(W) = 0 \quad ,$$

$$M^{(n)}_{\nu\nu'}(W) = \sum_{p+r+q=n-2} \left\{ \begin{array}{l} \langle 0 | \left(V \frac{1}{-H_0}\right)^p J_\nu \frac{1}{W-H_0+i\eta} \left(V \frac{1}{W-H_0+i\eta}\right)^r J^+_{\nu'} \left(\frac{1}{-H_0} V\right)^q |0\rangle_{L.C.} \\ - \langle 0 | \left(V \frac{1}{-H_0}\right)^p J^+_{\nu'} \frac{-1}{W+H_0-i\eta} \left(V \frac{-1}{W+H_0-i\eta}\right)^r J_\nu \left(\frac{1}{-H_0} V\right)^q |0\rangle_{L.C.} \end{array} \right\} \quad (3.14)$$

für $n \geq 2$.

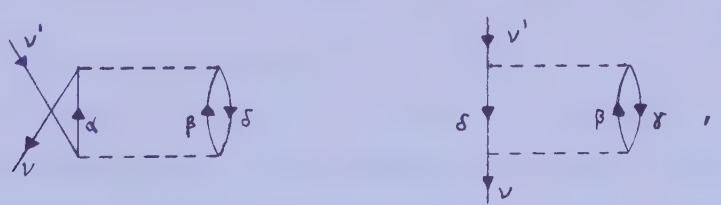
Der Index L.C. an den Matrixelementen schränkt die Summe (3.14) auf solche Beiträge ein, die in Diagrammdarstellung verbundenen (linked) und irreduziblen (connected, irreducible) Graphen entsprechen. Verbundene Graphen sind solche, die nicht aus zwei getrennten, durch keine Wechselwirkung oder Fermionenlinie verketteten Teilen bestehen; als irreduzibel werden Graphen bezeichnet, die nicht durch "Zerschneiden" einer Fermionenlinie in zwei getrennte Teile zerfallen.

Der Beitrag zum Massenoperator in niedrigster nichttrivialer Ordnung lautet (p=q=r=0)

$$M^{(2)}_{\nu\nu'}(W) = \langle 0 | J_\nu \frac{1}{W-H_0+i\eta} J^+_{\nu'} |0\rangle_{L.C.} + \langle 0 | J^+_{\nu'} \frac{1}{W+H_0-i\eta} J_\nu |0\rangle_{L.C.} \quad (3.15)$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{\bar\alpha\bar\beta\underline\delta} \frac{\bar V_{\nu\delta\alpha\beta} \bar V_{\alpha\beta\nu'\delta}}{W+\varepsilon_\delta-\varepsilon_\alpha-\varepsilon_\beta+i\eta} + \frac{1}{2} \sum_{\bar\beta\underline\gamma\underline\delta} \frac{\bar V_{\nu\beta\delta\gamma} \bar V_{\delta\gamma\nu'\beta}}{W+\varepsilon_\beta-\varepsilon_\gamma-\varepsilon_\delta-i\eta}$$

Die entsprechenden Diagramme für Lochindizes ν, ν' sind



wobei Austauschdiagramme weggelassen sind; der erste Graph entspricht dem ersten Term von Gleichung (3.15). Die Darstellungen für Teilchenindizes ν, ν' erhält man, indem man die äußeren Linien um die Wechselwirkungslinie "herumdreht".

Der erste Term in (3.15) beschreibt Effekte von Grundzustandskorrelationen im A-Teilchen-System. Er hat seine Singularitäten bei den Energien der gebundenen 2p-1h-Konfigurationen und im darüberliegenden Energiebereich der Kontinuums-2p-1h-Konfigurationen. Für Energien W unterhalb des Spektrums von 2p-1h-Zuständen ist er analytisch und nur schwach energieabhängig.

Die Singularitäten des zweiten Terms in (3.15) liegen dagegen bei Energien $W < W^o_{A-1} - W^o_A$ (vgl. die genauere Diskussion in Ref.4); dieser ist daher in erster Linie verantwortlich für die Pol- und Resonanzstruktur des Massenoperators im Energiebereich des Lochspektrums. Modellrechnungen der Spektralfunktion und des (p,2p)- bzw. (d,^{3}He)-Wirkungsquerschnitts unter Verwendung dieses "vorwärtslaufenden" Graphen als Näherung für den Massenoperator[3)-5)] zeigen ein resonanzreiches Spektrum mit Breiten von wenigen 100 keV auch bei größeren Separationsenergien. Dies läßt sich als Folge des Auftretens gebundener 1p-2h-Konfigurationen im Energiebereich der Kontinuumszustände verstehen; sie führen zu Polen im Massenoperator (3.15) bzw. zu Nullstellen der Spektralfunktion bei gewissen diskreten Energien im Gebiet des kontinuierlichen Restkernspektrums.

Aus der Form (3.14) für den Beitrag n-ter Ordnung zum Massenoperator läßt sich ablesen, daß ein Pol im Beitrag m-ter Ordnung auch in (m+1)-ter Ordnung auftritt. Daraus ergibt sich zweierlei. Einerseits können Pole im Massenoperator und die damit verbundene Beschränkung von Resonanzbreiten in der Spektralfunktion durch Hinzunahme einiger Terme höherer Ordnung in der Wechselwirkung nicht beseitigt werden; sie sind eine in Störungstheorie unvermeidliche Erscheinung. Andererseits kann man hoffen, daß eine geeignete Partialsummation von unendlich vielen Termen diese unphysikalischen reellen Pole im Energiebereich kontinuierlicher Restkernzustände zum Verschwinden bringt. Sie treten auch tatsächlich nicht auf, wenn die gebundenen Konfigurationen in allen Ordnungen direkt an Kontinuumskonfigurationen gekoppelt werden. Davon handelt der nächste Abschnitt.

Pittel und Austern haben kürzlich den $^{12}C(p,2p)$-Wirkungsquerschnitt in PWBA[29] und in DWBA[30] berechnet und im Einklang mit dem Experiment eine breite strukturlose Resonanz erhalten, deren Maximum bei der Separationsenergie von 38 MeV liegt. Abgesehen von Interferenzeffekten mit Prozessen, die mit Grundzustandskorrelationen und mit der Anregung des Restkerns durch das herausgeschlagene Proton zusammenhängen, und die nur zu kleinen Änderungen des Wirkungsquerschnitts Anlaß geben, besteht ihr Modell im wesentlichen in der Ausrechnung des "vorwärtslaufenden" (zweiten) Terms im Massenoperator (3.15) mit Berücksichtigung nur von Konfigurationen mit zwei $1p_{3/2}$-Löchern und einem Teilchen in einem Kontinuum-Zustand $|\beta\rangle$:

$$M^{(2)}_{\nu\nu}(W) = \frac{1}{2}\sum_{\beta}\int d\varepsilon \, \frac{\bar{V}^2_{\nu\beta\gamma\gamma}}{W+\varepsilon-2\varepsilon_\gamma - i\eta} \qquad (3.16)$$

mit $\gamma = 1p_{3/2}$, $\nu = 1s_{1/2}$.

Da in (3.16) Beiträge von gebundenen 1p-2h-Konfigurationen fehlen und darüber hinaus die Kontinuums-Zustände in den Refs. 29 und 30 durch ebene Wellen beschrieben werden, ist der Massenoperator und damit auch die Spektralfunktion nur schwach energieabhängig (vgl. die Diskussion in Ref. 4). Die strukturlose Form des Wirkungsquerschnitts ist so zwangsläufig Folge eines gegenüber dem Vorgehen in Refs. 2 - 5 stark vereinfachten Modells.

3.2 Die Berechnung der Spektralfunktion im Kontinuums-Schalenmodell

Gegeben sei eine Basis von Zuständen $|\Phi_i\rangle$ mit

$$H_0|\Phi_i\rangle = E_i|\Phi_i\rangle \qquad (3.17)$$

im (A-1)-Teilchen-System, sowie die Komponenten des Ausdrucks $a_\nu|A\rangle$ in dieser Basis:

$$f_i^\nu = \langle \Phi_i | a_\nu | A\rangle \quad . \qquad (3.18)$$

Im weiteren sollen die Zustände $|\Phi_i\rangle$ stets als 1 Loch- (1h-), 1 Teilchen- 2 Loch-(1p-2h-), 2 Teilchen- 3 Loch-(2p-3h-) ... Zustände bezüglich eines Vakuumzustands $|o\rangle$ verstanden werden.

Ausgehend von der Definition der avancierten Greenfunktion (3.2) erhält man durch Einschieben von Zwischenzuständen

$$G^{a}_{\nu\nu'}(z) = \sum_{k\ell} f^{\nu'*}_{k} \langle \Phi_k | (z + H - W^{\circ}_{A})^{-1} | \Phi_\ell \rangle f^{\nu}_{\ell} \quad . \tag{3.19}$$

Die Summe in (3.19) läuft über Indizes k, l von diskreten und kontinuierlichen Zuständen. Wir schränken nun den Konfigurationsraum auf gebundene Zustände und solche Zustände ein, die nur 1 Teilchen im Kontinuum haben; Kontinuumszustände kennzeichnen wir mit $|\Phi_{c,E}\rangle$. Unter Vernachlässigung von nichtdiagonalen Matrixelementen der Wechselwirkung zwischen zwei Kontinuumszuständen gilt dann in Matrixschreibweise in diesem Raum

$$(z + H - W^{\circ}_{A}) = \left(\begin{array}{c|c} (z + H - W^{\circ}_{A})_{ij} & V_{i,cE} \\ \hline V_{c'E',j} & (z + E' - W^{\circ}_{A})\,\delta_{cc'}\,\delta(E-E') \end{array}\right) \tag{3.20}$$

wobei die Matrix auf der rechten Seite von (3.20) entsprechend den Unterräumen der gebundenen und der Kontinuums-Zustände aufgeteilt ist.

Die Nichtbeachtung von nichtdiagonalen Kontinuums-Kontinuums-Korrelationen in (3.20) hat zur Folge, daß die Inversion von $(z+H-W^{\circ}_{A})$ im wesentlichen auf die Inversion einer nur im Unterraum gebundener Zustände definierten Matrix zurückgeführt werden kann. Die Inverse einer aus Untermatrizen $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}$ bestehenden symmetrischen Matrix $\mathcal{M}$,

$$\mathcal{M} = \left(\begin{array}{c|c} \mathcal{A} & \mathcal{B} \\ \hline \mathcal{C} & \mathcal{D} \end{array}\right)$$

läßt sich nämlich schreiben als

$$\mathcal{M}^{-1} = \left(\begin{array}{c|c} (\mathcal{A} - \mathcal{B}\mathcal{D}^{-1}\mathcal{C})^{-1} & -(\mathcal{A} - \mathcal{B}\mathcal{D}^{-1}\mathcal{C})^{-1}\mathcal{B}\mathcal{D}^{-1} \\ \hline -\mathcal{D}^{-1}\mathcal{C}(\mathcal{A} - \mathcal{B}\mathcal{D}^{-1}\mathcal{C})^{-1} & \mathcal{D}^{-1} + \mathcal{D}^{-1}\mathcal{C}(\mathcal{A} - \mathcal{B}\mathcal{D}^{-1}\mathcal{C})^{-1}\mathcal{B}\mathcal{D}^{-1} \end{array}\right) , \tag{3.21}$$

so daß wir mit der Definition

$$D_{ij}(E) := (E - E_i)\,\delta_{ij} - V_{ij} - F_{ij} \tag{3.22}$$

mit

$$F_{ij}(E) = \sum_{c'} \int dE' \, \frac{V_{i,c'E'}\, V_{c'E',j}}{E + i\eta - E'} \tag{3.23}$$

für die Greenfunktion (3.19) erhalten

$$G^{a}_{\nu\nu'}(z) = -\sum_{ij} \left\{ f_i^{\nu'*} + \sum\!\!\!\!\!\!\int_{c'E'} \frac{f_{c'E'}^{\nu'*}\, V_{c'E',i}}{W_A^\circ - z - E'} \right\} D^{-1}_{ij}(W_A^\circ - z) \left\{ f_j^{\nu} + \sum\!\!\!\!\!\!\int_{c'E'} \frac{V_{j,c'E'}\, f_{c'E'}^{\nu}}{W_A^\circ - z - E'} \right\} - \sum\!\!\!\!\!\!\int_{c'E'} \frac{f_{c'E'}^{\nu'*}\, f_{c'E'}^{\nu}}{W_A^\circ - z - E'} \tag{3.24}$$

Die Matrix D läßt sich als effektiver Hamiltonoperator im Raum gebundener Zustände interpretieren; das Kontinuum ist darin durch die Matrix F, d.h. durch die Verkopplung von gebundenen Konfigurationen über kontinuierliche Zwischenzustände, berücksichtigt.

Im folgenden werden Kontinuumsbeimischungen im Grundzustand des A-Teilchen-Systems vernachlässigt. Diese Näherung erscheint plausibel, wenn man bedenkt, daß für leichte Kerne mit gerader Massenzahl die Fermikante etwa 10 - 15 MeV unter der Schwelle für Teilchenemission liegt. Von einem praktischen Gesichtspunkt aus ist die Vernachlässigung der Koeffizienten f^{ν}_{cE} deswegen von Vorteil, weil sie nicht, wie die Koeffizienten f^{ν}_{i}, der Literatur, etwa RPA-Rechnungen, entnommen werden können, sondern hier im Rahmen einer Rechnung im A-Teilchen-System bestimmt werden müßten.

Im Kontinuum - Schalenmodell wird somit die Spektralfunktion berechnet aus

$$S^{a}_{\nu\nu'}(W) = -\frac{1}{\pi}\, \mathrm{Im} \sum_{ij} f_i^{\nu'*}\, D^{-1}_{ij}(W_A^\circ - W + i\eta)\, f_j^{\nu} \,. \tag{3.25}$$

Das diskrete Spektrum von $S^{\alpha}_{\nu\nu'}(W)$ liegt im Energiebereich unterhalb der (Modell-)Schwelle S_0 für Teilchenemission, d.h. im Energiebereich, in dem die Matrix D_{ij} reell ist. Man findet die Energien $S_n = -W_n$ des diskreten Spektrums als Werte, bei denen die Matrix D_{ij} singulär ist:

$$\det \left(D_{ij}(W_A^0 - W_n) \right) = 0 \quad . \tag{3.26}$$

Es sei $\sigma_{ij}(W_n)$ die reelle orthogonale Matrix, die $D_{ij}(W_A^0 - W_n)$ diagonalisiert; die zu W_n gehörigen entarteten Eigenwerte $d_{n_k}(W)$ mögen in der Nähe von W_n die Form haben

$$d_{n_k}(W) = d'_{n_k}(W_n)\ (W - W_n) \tag{3.27}$$

mit $$d'_{n_k}(W_n) \neq 0 \quad ,$$

d.h. die Nullstellen von $d_{n_k}(W)$ bei W_n mögen einfach sein. Der diskrete Teil der Spektralfunktion (3.25) läßt sich dann schreiben als

$$S^{\alpha}_{\nu\nu'}(W) = - \sum_{ij} \sum_{n,n_k} f_i^{\nu'*}\, \sigma_{n_k i}(W_n)\, \frac{1}{d'_{n_k}(W_n)}\, \sigma_{n_k j}(W_n) f_j^{\nu}\, \delta(W - W_n) \quad . \tag{3.28}$$

Zum Vergleich mit dem Ergebnis der Störungstheorie ist es nützlich, sich den Massenoperator zu verschaffen, der auf das gleiche Ergebnis für die Spektralfunktion führt wie (3.25). Dazu nehmen wir verschwindende Grundzustands-Korrelationen im A-Teilchen-System an, denn dann gilt $G^{r}_{\nu\nu'}(W) = 0$, und wegen $f_i^{\nu} = \delta_{i\nu}$ (ν, ν' Lochindizes , $|\Phi_\nu\rangle = a_\nu |A\rangle$)

$$G_{\nu\nu'}(z) = - D^{-1}_{\nu'\nu}(W_A^0 - z) \quad . \tag{3.29}$$

Mit dieser Greenfunktion und der Beziehung (3.21) für die Inversion von Matrizen lesen wir für den Massenoperator ab (ν, ν' Lochindizes)

$$M_{\nu\nu'}(z) = (z - \varepsilon_\nu)\, \delta_{\nu\nu'} + D_{\nu\nu'}(W_A^0 - z) - \sum_{\tilde{\imath}\tilde{\jmath}} D_{\nu\tilde{\imath}}(W_A^0 - z)\, \hat{D}^{-1}_{\tilde{\imath}\tilde{\jmath}}(W_A^0 - z)\, D_{\tilde{\jmath}\nu'}(W_A^0 - z) \quad . \tag{3.30}$$

Dabei bedeutet $\hat{D}_{\tilde{\imath}\tilde{\jmath}}(z)$ die Untermatrix von $D_{ij}(z)$ im Raum gebundener Zustände unter Ausschluß von 1h-Zuständen; $\tilde{\imath},\tilde{\jmath}$ sind die entsprechend eingeschränkten Indizes.

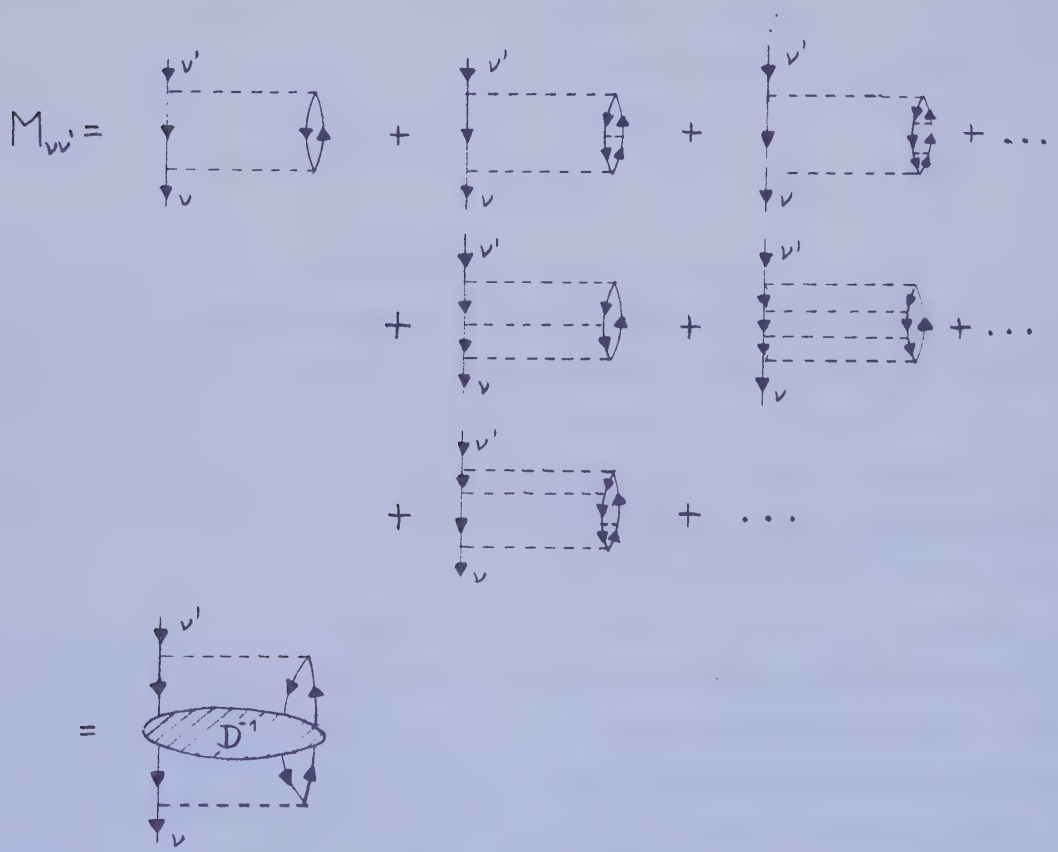
Wir betrachten nun die Polstruktur des Ausdrucks (3.30) für den Massenoperator. Offenbar haben die Matrixelemente $D_{ij}(E)$ für reelle Energien E keine Singularitäten. Pole im Massenoperator können daher nur auftreten bei Energien z_p, für die $\det\left(\hat{D}_{\tilde{\imath}\tilde{\jmath}}(W_A^\circ - z_p)\right)$ verschwindet. Wenn wir zur Vereinfachung bei unserer Diskussion nur die Diagonalelemente von $\hat{D}_{\tilde{\imath}\tilde{\jmath}}(W_A^\circ - z)$ mitnehmen, dann sind die Polenergien z_p gegeben durch

$$z_{P\tilde{\imath}} = W_A^\circ - E_{\tilde{\imath}} - V_{\tilde{\imath}\tilde{\imath}} - F_{\tilde{\imath}\tilde{\imath}}(W_A^\circ - z_{P\tilde{\imath}}) \quad . \qquad (3.31)$$

Wir stellen fest, daß für Energien oberhalb der Teilchenschwelle, für die F_{ij} komplex (mit nichtverschwindenden Imaginärteil) ist, die direkte Kopplung der Zustände $|\Phi_{\tilde{\imath}}\rangle$ an das Kontinuum (F_{ij}) die Polstellen zu komplexen Energien verschiebt. Die direkte Verkopplung der Zustände $|\Phi_{\tilde{\imath}}\rangle$ untereinander (V_{ij}) führt, wie auch die Kopplung an das Kontinuum, zu einer Verschiebung der Pole gegenüber den unkorrelierten Energien $W_A^\circ - E_{\tilde{\imath}}$.

Im Ausdruck (3.25) des CSM für die Spektralfunktion treten also die in der störungstheoretischen Rechnung festgestellten unphysikalischen Nullstellen nicht auf. Ein weiterer wichtiger Aspekt beim Vergleich beider Formulierungen ist der, daß im CSM zunächst das (A-1)-Teilchen-System getrennt durch Berechnung der Matrix D behandelt wird; die Koeffizienten $f_{\tilde{\imath}}^{\nu}$, die aus einer Rechnung im A-Teilchen-System gewonnen sind, beeinflussen nur noch die Verteilung von Stärke auf die in ihrer Lage bereits fixierten Resonanzen und gebundenen Zustände der Spektralfunktion. So ist es etwa auch möglich, bei den Rechnungen im Target- und Restkern unterschiedliche "effektive" Wechselwirkungen zu verwenden. In der Formulierung der PT dagegen wird zwischen Korrelationen in den A- und $(A\pm1)$-Teilchen-Systemen nicht unterschieden; eine bequeme getrennte Untersuchung des Einflusses dieser Korrelationen ist nicht ohne weiteres möglich.

Wir gehen noch einmal auf die Form (3.30) für den Schalenmodell Massenoperator zurück, die wir bei Vernachlässigung von Grundzustandskorrelationen gewonnen haben. Offenbar enthält dieser Massenoperator alle Korrelationen, soweit sie nicht aus dem gewählten Konfigurationsraum herausführen. Bei Einschränkung der Basis auf einen Raum von 1h- und 1p-2h-Zuständen und bei einer selbstkonsistenten Bestimmung von Einteilchenwellenfunktionen enthält der Massenoperator also in graphischer Darstellung die folgenden Terme



(3.32)

Das schraffierte Oval bedeutet dabei die Vielzahl von möglichen Verkopplungen innerhalb des festgelegten Konfigurationsraums (wobei Zwischenkopplungen an 1-h-Zustände ausgeschlossen sind). Die Teilsumme, die nur Teilchen-Loch-Wechselwirkungen enthält (erste Zeile in (3.32)), läßt sich als Kopplung des Lochzustands an kollektive Teilchen-Loch-Vibrationen in Tamm-Dancoff-Näherung verstehen.

Man erhält den störungstheoretischen Ansatz für den Massenoperator (in 2. Ordnung in der Wechselwirkung) wieder, wenn man die Verkopplung von 1p-2h-Konfigurationen untereinander durch

die Terme $V_{\tau\tau}$, $F_{\tau\tau}$, $F_{\nu\tau}$, $F_{\tau\nu}$ wegläßt. Wir werden so auf eine Möglichkeit geführt, die resonanten Strukturen der konkret in PT und im CSM berechneten Spektralfunktion miteinander in Verbindung zu bringen. Dazu führen wir einen Parameter α ein, mit dem die Matrixelemente der Wechselwirkung in $V_{\tau\tau}$, $F_{\tau\tau}$, $F_{\nu\tau}$, $F_{\tau\nu}$ multipliziert werden. Eine Variation von α im Bereich zwischen 0 und 1 liefert die störungstheoretischen und die Schalenmodell-Ergebnisse mit allen "Zwischenstufen". Insbesondere kann studiert werden, ob es eine eindeutige Zuordnung zwischen Resonanzen in den CSM-Spektren und den PT-Spektren gibt.

Eine weitere Möglichkeit der Interpretation eröffnet sich, wenn die Wechselwirkung hinreichend klein ist. Dann kann der Einfluß des Imaginärteils der Matrix $\mathbb{D}$ auf die Lage und Stärke von Resonanzen vernachlässigt werden, die Spektralfunktion wird genähert durch den Ausdruck (3.28). Wenn wir nun die Matrix $\mathbb{D}$ als einen "effektiven Hamiltonoperator" im Raum der gebundenen Zustände auffassen, der allerdings den Effekt des Kontinuums in der "effektiven Wechselwirkung" (V + F) enthält, dann können wir aus den Eigenvektoren von $\mathbb{D}$ bei den Energien der "Resonanzen" ablesen, welche gebundenen Zustände zu den einzelnen Resonanzen beitragen. Diese Betrachtungsweise ist allerdings nicht sinnvoll, wenn der Effekt des Kontinuums gerade an der Resonanzenergie stark energieabhängig ist, d.h. für die Eigenenergien $d_n(W_n)$ der Matrix $\mathbb{D}$ muß gelten

$$d_n'(W_n) \approx -1 \quad . \tag{3.33}$$

Je weiter die Ableitung der Eigenenergien $d_n'(W_n)$ vom Wert -1 abweicht, um so mehr tragen Einteilchenresonanzen zur Resonanz in der Spektralfunktion bei W_n bei. Wir bemerken, daß dieses Verfahren der Analyse auch auf die in Störungstheorie berechneten Spektren anwendbar ist, da sie, wie wir gesehen haben, aus einer speziellen Matrix $\mathbb{D}$ berechnet werden können, die Matrixelemente der Wechselwirkung nur in der Form $V_{\nu\mu}$, $V_{\nu\tau}$ und $F_{\nu\mu}$ enthält.

3.3 Die Berechnung eines Massenoperators im Kontinuum-Schalenmodell mit Einschluß von Grundzustandskorrelationen

Wir haben im vorangegangenen Abschnitt gezeigt, daß die Ausrechnung der Spektralfunktion im CSM der in PT physikalisch überlegen ist. Dem steht gegenüber, daß die numerische Berechnung und Inversion der D-Matrizen im CSM mit wachsender Dimension sehr aufwendig wird; umfaßt noch der Raum der zum Gesamtdrehimpuls $\frac{1}{2}^+$ ($\frac{3}{2}^-$) gekoppelten 1h und 2h-1p-Zustände im Falle des ^{12}C 10(13) gebundene Zustände (vgl. Kap. 5), so kommen bei Mitnahme des 2p-3h-Raums 79(125) gebundene Zustände hinzu. Gerade diese Zustände müssen aber mitberücksichtigt werden, wenn der Einfluß von Grundzustandskorrelationen in nichttrivialer Näherung in Rechnung gestellt werden soll; denn bei RPA-Rechnungen an Kernen mit abgeschlossenen Schalen, wie sie hier betrachtet werden, werden mit Anregungen über 2 Hauptschalen hinweg auch 1p-1h-Beimischungen im Grundzustand vernachlässigt, so daß für 1h- und 1p-2h-Indizes i gilt

$$f_i^\nu \sim \delta_{i\nu} \qquad \text{für} \qquad \varepsilon_\nu \leq \varepsilon_F \ . \tag{3.34}$$

Gegenüber einer Rechnung ohne Grundzustandskorrelationen erhält man also bei Mitnahme dieser Korrelationen nur eine gleichmäßige Dämpfung der Spektralfunktion (mit Lochindex ν) durch den Faktor $f_\nu^{\nu 2}$.

Wir erweitern im folgenden den Ausdruck (3.30) für den Massenoperator im CSM auf den Fall nichtverschwindender Grundzustandskorrelationen. Dabei haben wir im Sinn, die Teile, die mit den Grundzustandskorrelationen im A-Teilchen-System in Zusammenhang stehen, nur störungstheoretisch zu behandeln.

Wir betrachten die Gleichung (3.14) für den Beitrag n-ter Ordnung zum Massenoperator in PT und summieren über alle n. Wenn wir annehmen, daß die so entstehende Reihe gleichmäßig konvergiert, so erhalten wir unter Beachtung von (vgl. z.B. Ref. 31)

$$|A\rangle = \left\{ \sum_{p=0}^{\infty} \left(\frac{1}{-H_0} V \right)^p \right\}_L |0\rangle \tag{3.35}$$

und

$$\frac{1}{\pm W - \mathbb{H}_0 + i\eta} \sum_{r=0}^{\infty} \left(\mathbb{V} \frac{1}{\pm W - \mathbb{H}_0 + i\eta} \right)^r = \left[\pm W - \mathbb{H}_0 + i\eta \right]^{-1} \cdot \left[1 - \mathbb{V} \left(\pm W - \mathbb{H}_0 + i\eta \right)^{-1} \right]^{-1} \tag{3.36}$$

$$= \left[\pm W - \mathbb{H}_0 + i\eta - \mathbb{V} \right]^{-1}$$

den vollen Massenoperator

$$M_{\nu\nu'}(W) = \langle A | J_\nu \left[W - \mathbb{H}_0 - \mathbb{V} + i\eta \right]^{-1} J^+_{\nu'} | A \rangle_{L.C.} + \langle A | J^+_{\nu'} \left[W + \mathbb{H}_0 + \mathbb{V} - i\eta \right]^{-1} J_\nu | A \rangle_{L.C.} \quad . \tag{3.37}$$

Es liegt nahe, diesen Ausdruck für den Massenoperator nach Einschieben von Zwischenzuständen im CSM zu berechnen; er enthält die Wechselwirkung in allen Ordnungen und liegt insofern außerhalb des Rahmens der Störungstheorie. Andererseits erinnert der Index L.C. an beiden Summanden daran, daß zur Berechnung des zu $\left[\pm W + \mathbb{H}_0 + \mathbb{V} - i\eta \right]$ inversen Operators nicht einfach die entsprechende Matrix in einem (notwendig beschränkten) Konfigurationsraum berechnet und invertiert werden kann; vielmehr muß beachtet werden, daß bei der zur Inversion gehörigen partiellen Aufsummation von (störungstheoretischen) Graphen nur verbundene und irreduzible Diagramme mitgenommen werden. Wir kommen auf diese Einschränkung weiter unten zurück.

Wegen (3.9) - (3.11) gilt

$$\mathbb{H}_0 + \mathbb{V} = H - E_{HF} \quad) \tag{3.38}$$

wo E_{HF} die Hartree-Fock-Energie des A-Teilchen-Grundzustands ist. Den ersten Term in (3.37), dessen Singularitäten im Energiebereich des (A+1)-Teilchen-Spektrums liegen, bezeichnen wir mit $M^{A+1}_{\nu\nu'}$. In numerischen Berechnungen des Massenoperators für Energien des (A-1)-Teilchen-Systems werden wir uns damit begnügen, diesen Term störungstheoretisch zu behandeln; diese Näherung ist um so besser, je größer $| W - (W^0_{A+1} - E_{HF}) |$ gegen typische Werte von Matrixelementen der Wechselwirkung $\mathbb{V}$ ist (vgl. 3.36).

Wir betrachten nun den zweiten Term im Massenoperator (3.37), im folgenden mit $M^{A-1}_{\nu\nu'}$ bezeichnet, dessen Singularitäten im Bereich des (A-1)-Teilchen-Spektrums liegen. Unter Vernachlässigung von Kontinuumsbeimischungen im A-Teilchen-Grundzustand gilt

$$\begin{aligned} J_\nu |A\rangle &= \left(-\varepsilon_\nu a_\nu - [H, a_\nu]\right)|A\rangle = \left(W_A^\circ - \varepsilon_\nu - H\right) a_\nu |A\rangle \\ &= \sum_j \left(W_A^\circ - \varepsilon_\nu - H\right)|\Phi_j\rangle \langle \Phi_j | a_\nu | A\rangle \\ &= \sum_j \sum\!\!\!\!\!\!\int_i \left[\left(W_A^\circ - \varepsilon_\nu - E_i\right)\delta_{ij} - V_{ij}\right] f^\nu_j |\Phi_i\rangle \quad . \end{aligned} \tag{3.39}$$

Wenn man Kontinuum-Kontinuum-Wechselwirkungen wegläßt, so erhält man unter Ausnutzung der Matrixrelation (3.21) für Lochindizes ν, ν' sofort

$$M^{A-1}_{\nu\nu'}(W) = -\sum_{k'k} f^{\nu'*}_{k'} \left[\sum_{\tilde\tau\tilde\jmath} \left(U_{\nu'}\delta_{k'\tilde\tau} + D_{k'\tilde\tau}\right) \hat D^{-1}_{\tilde\tau\tilde\jmath} \left(D_{\tilde\jmath k} + U_\nu \delta_{\tilde\jmath k}\right) + F_{k'k}\right]_{L.} f^\nu_k \tag{3.40}$$

mit $$U_\nu = W_A^\circ - E_{HF} + W - \varepsilon_\nu \tag{3.41}$$

Die Energieargumente von F- und D-Matrixelementen in (3.40) sind jeweils $E_{HF} - W$.

Die Einschränkung auf irreduzible Graphen in (3.37) ist hier explizit berücksichtigt, einerseits durch Beschränkung der Indizes i, j auf Werte $\tilde\tau, \tilde\jmath$, zum anderen durch Beschränkung auch der "inneren" Indizes von D^{-1} durch Inversion nur der Untermatrix $\hat D_{\tilde\tau\tilde\jmath}$, die keine 1h-Indizes enthält. Mit den Abkürzungen

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{ij} &= (E - E_i)\,\delta_{ij} \\ \vartheta_{ij} &= V_{ij} + F_{ij} \end{aligned}$$

gilt nämlich

$$\begin{aligned} D^{-1}_{\tilde\tau\tilde\jmath\,c.} &= \left(\mathcal{E} - \vartheta\right)^{-1}_{\tilde\tau\tilde\jmath\,c.} \\ &= \mathcal{E}^{-1}_{\tilde\tau\tilde\jmath\,c.} + \left(\mathcal{E}^{-1}\vartheta\mathcal{E}^{-1}\right)_{\tilde\tau\tilde\jmath\,c.} + \left(\mathcal{E}^{-1}\vartheta\mathcal{E}^{-1}\vartheta\mathcal{E}^{-1}\right)_{\tilde\tau\tilde\jmath\,c.} + \ldots \\ &= \hat{\mathcal{E}}^{-1}_{\tilde\tau\tilde\jmath} + \left(\hat{\mathcal{E}}^{-1}\hat\vartheta\hat{\mathcal{E}}^{-1}\right)_{\tilde\tau\tilde\jmath} + \left(\hat{\mathcal{E}}^{-1}\hat\vartheta\hat{\mathcal{E}}^{-1}\hat\vartheta\hat{\mathcal{E}}^{-1}\right)_{\tilde\tau\tilde\jmath} + \ldots \\ &= \left(\hat{\mathcal{E}} - \hat\vartheta\right)^{-1}_{\tilde\tau\tilde\jmath} = \hat D^{-1}_{\tilde\tau\tilde\jmath} \quad . \end{aligned} \tag{3.42}$$

Für Teilchenindizes ν bzw. ν' gilt ebenfalls der Ausdruck (3.40), wenn man in der Summe über k bzw. k' 1-Loch-Indizes ausläßt.

Im Falle verschwindender Grundzustandskorrelationen ist in (3.40) f_k^ν durch $\delta_{k\nu}$ und W_A^o durch E_{HF} zu ersetzen. Es ist dann

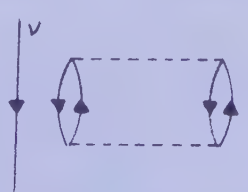
$$M_{\nu\nu'}(W) = M_{\nu\nu'}^{A-1}(W) = \left\{ \sum_{\tau\tau} D_{\nu'\tau}\, \hat{D}^{-1}_{\tau\tau}\, D_{\tau\nu} - F_{\nu'\nu} \right\}_L \quad . \tag{3.43}$$

Aufgrund der Voraussetzung einer selbstkonsistenten Basiswahl gilt weiter

$$M_{\nu\nu'}(W) = \left(W-\varepsilon_\nu\right)\delta_{\nu\nu'} + \left\{ D_{\nu\nu'}(E_{HF}-W) - \sum_{\tau\tau} D_{\nu\tau}(E_{HF}-W)\hat{D}^{-1}_{\tau\tau}(E_{HF}-W)\, D_{\tau\nu'}(E_{HF}-W) \right\}_L . \tag{3.44}$$

Wir vergleichen nun diesen Ausdruck mit dem Massenoperator (3.30), der im CSM ebenfalls unter der Annahme verschwindender Grundzustandskorrelationen berechnet worden ist. Ein Unterschied liegt offenbar darin, daß im CSM nicht die Forderung nach verbundenen Graphen auftritt.

Zum Verständnis dessen erinnern wir uns daran, daß im CSM Korrelationen im A-Teilchen-System getrennt von solchen im (A-1)-Teilchen-System behandelt werden. Die Näherung verschwindender Grundzustandskorrelationen hat so Auswirkungen nur auf die f-Koeffizienten. Nicht berücksichtigt dagegen wird, daß bei der Behandlung des (A-1)-Teilchen-Systems Terme auftreten, die - in der Interpretation der Störungstheorie - mit Korrelation im A-Teilchensystem zusammenhängen, wie z.B. der Beitrag, der durch die Kopplung von 2p-3h-Zuständen an 1h-Zustände in die Rechnung eingeht und dessen graphische Darstellung durch



gegeben ist. Solche Terme werden im Ausdruck (3.44) für den Massenoperator gerade ausgeschlossen, da, wie in Abschnitt 3.2 festgestellt worden ist, in PT Targetkorrelationen von Korrelationen

im Restkern (und im (A+1)-Teilchen-System) nicht zu trennen sind. Die "Vernachlässigung von Targetkorrelationen" hat also im CSM und in PT verschiedene Bedeutung.

Die Form (3.40) von $M^{A-1}_{\nu\nu'}(W)$ ist nun der Ausgangspunkt für eine Berücksichtigung von Grundzustands-Korrelationen. Wir beschränken uns auf eine Basis von 1h- und 1p-2h-Zuständen. Die Forderung zusammenhängender Graphen ist dann ohne weiteres erfüllt, wie immer, wenn man nur Kopplungen zwischen np-(n+1)h und (n-1)p-nh-Zuständen zuläßt. Für den Massenoperatorterm mit Singularitäten im (A+1)-Teilchenspektrum, $M^{A+1}_{\nu\nu'}(W)$, setzen wir den Ausdruck in 2. Ordnung (vgl. 3.15) ein,

$$M^{A+1,PT}_{\nu\nu'}(W) = \frac{1}{2} \sum_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\underline{\delta}} \frac{\bar{V}_{\nu\delta\alpha\beta}\ \bar{V}_{\alpha\beta\nu'\delta}}{W+\varepsilon_\delta-\varepsilon_\alpha-\varepsilon_\beta+i\eta} \quad , \tag{3.45}$$

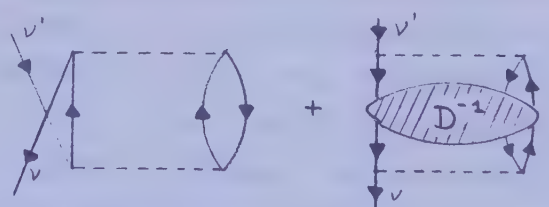
und erhalten so

$$M_{\nu\nu'}(W) = \begin{cases} \frac{1}{2} \sum_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\underline{\delta}} \frac{\bar{V}_{\nu\delta\alpha\beta}\ \bar{V}_{\alpha\beta\nu'\delta}}{W+\varepsilon_\delta-\varepsilon_\alpha-\varepsilon_\beta+i\eta} \\ - \sum_{k'k} f^{\nu'*}_{k'} \left\{ F_{k'k} + \sum_{\tilde{i}\tilde{j}} \left(U_{\nu'}\delta_{k\tilde{i}} + D_{k\tilde{i}} \right) \hat{D}^{-1}_{\tilde{i}\tilde{j}} \left(D_{\tilde{j}k} + U_\nu \delta_{\tilde{j}k} \right) \right\} f^\nu_k \end{cases} \tag{3.46}$$

Die Energieargumente der F- und D-Matrixelemente sind wieder jeweils $E_{HF} - W$.

Die Diagrammdarstellung von (3.46) lautet für Lochindizes ν, ν'

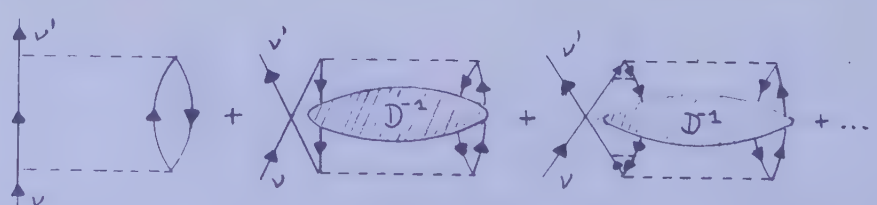
$M_{\nu\nu'}$ =



(3.47)

und für Teilchenindizes ν, ν'

$M_{\nu\nu'}$ =



(3.48)

=

.

Solange wir keine Möglichkeit sehen, bei numerischen Rechnungen im CSM höhere als 1p-2h-Zustände zu berücksichtigen, scheint uns (3.46) eine sinnvolle Einführung von Targetkorrelationen ins CSM zu liefern. Man überzeugt sich überdies leicht, daß für Lochindizes ν der Massenoperator (3.46) zu denselben Polenergien und Residuen der Greenfunktion führt wie der Ausdruck (3.25) des CSM bei Mitnahme von 1h-, 1p-2h- und 2p-3h-Zuständen, wenn man jeweils nur Terme bis zur zweiten Ordnung in der Wechselwirkung vergleicht; eine Übereinstimmung in höherer Ordnung ist nicht zu erwarten, da der Ausdruck (3.46) die Wechselwirkung in höherer als zweiter Ordnung nicht vollständig berücksichtigt.

Man kann sich leicht klar machen, wie die Spektralfunktion bei Mitnahme von Grundzustandskorrelationen im Massenoperator (3.46) qualitativ verändert wird. Dazu betrachten wir zunächst den zweiten Term von $M_{\nu\nu}(W)$ in (3.46) (ν Lochindex); wenn wir den Faktor $f_\nu^{\nu 2}$ ignorieren (er wird in einfachster Näherung gleich Eins gesetzt), dann ist dieser Term identisch mit dem Massenoperatorausdruck (3.30). Er hat eine Reihe von reellen Polen oberhalb der Schwelle W_o für Teilchenemission, sowie komplexe Pole unterhalb von W_o (vgl. (3.31), sowie die Diskussion in Ref. 4); der Realteil von $M_{\nu\nu}(W)$ hat den in Abb. 2 gezeigten Verlauf.

Aus der Dysongleichung ergibt sich[4], daß die gebundenen Zustände und Resonanzen der Spektralfunktion in guter Näherung für Energien W_i auftreten, für die

$$\left| W_i - \varepsilon_\nu - \mathrm{Re}\, M_{\nu\nu}(W_i) \right| = \min , \qquad (3.49)$$

d.h. für die die Gerade $f_\nu(W) = W - \varepsilon_\nu$ die Funktion $\mathrm{Re}\, M_{\nu\nu}(W)$ schneidet, oder der Abstand zwischen $f_\nu(W)$ und $\mathrm{Re}\, M_{\nu\nu}(W)$ ein relatives Minimum durchläuft; dabei sind allerdings Schnittpunkte der steil abfallenden Flanke von $M_{\nu\nu}(W)$ mit $f_\nu(W)$ unterhalb von W_o zu ignorieren[4].

Wir betrachten nun die Veränderung des Massenoperators (3.30) durch Hinzunahme des ersten Terms (von 3.46). Wenn die Bedingung (3.5) erfüllt ist, so ist dieser Term bei den Energien des (A-1)-

Teilchensystems reell und negativ und geht mit abnehmendem W monoton steigend gegen Null; er ist in Abb. 2 als $g_\nu(W)$ eingetragen. Der Massenoperator (3.30) wird also durch Addition von $g_\nu(W)$ verkleinert, so daß die Schnittstellen mit $f_\nu(W)$ und damit die Resonanzenergien der Spektralfunktion zu tieferen Energien W rücken; dieser Effekt ist im allgemeinen deutlicher für größere W; speziell also im gebundenen Spektrum. Für den Zustand bei der größten Energie W, also für den Grundzustand des (A-1)-Teilchensystems ergibt sich darüber hinaus eine Verminderung des Residuums bzw. der Stärke $\hat{S}_\nu^i$, gegeben durch[4)]

$$\hat{S}_\nu^i = \frac{1}{1 - \frac{d}{dW} M_{\nu\nu}(W)\Big|_{W_i}} \quad , \tag{3.50}$$

da am Schnittpunkt die (negative) Steigerung von $M_{\nu\nu}(W)$ vergrössert ist.

4. Integrale Eigenschaften der Spektralfunktion

Will man die Ergebnisse von Berechnungen der Spektralfunktion auch quantitativ mit dem Experiment vergleichen, so kann man in Anbetracht der bislang noch ungenauen Messungen nicht die Energieabhängigkeit der Spektren heranziehen; vielmehr bieten sich für einen solchen Vergleich integrale Eigenschaften der Spektren an, wie die Größe der Energiemomente. Das n-te Moment der Spektralfunktion bezüglich der Energie ist definiert durch

$$S_\nu^{(n)} := \int_{-\infty}^{\infty} dW \; W^n \; S_\nu^a(W) \quad . \tag{4.1}$$

Wir werden sehen, daß bei Rechnungen der Spektralfunktion das nullte, erste und zweite Moment jeweils auf verschiedene Parameter des Modells besonders empfindlich ist und daß daher durch Vergleich mit dem Experiment gezielt die Wahl bestimmter Parameter überprüft werden kann.

Aus der Definition (2.7) der Lochspektralfunktion $S_{\nu\nu'}^a(W)$ ergibt sich, daß das nullte Moment des Diagonalelements identisch mit der Besetzungswahrscheinlichkeit des Zustands $|\nu\rangle$ im Targetsystem ist:

$$S_\nu^{(0)} = \int_{-\infty}^{\infty} dW \; S_\nu^a(W) = \langle A | a_\nu^+ \, a_\nu | A \rangle = n_\nu \quad . \tag{4.2}$$

Bei Berechnung der Spektralfunktion (3.25) im CSM erhält man aus Eigenschaften der Matrix D[6]

$$S_\nu^{(0)} = \sum_i |f_i^\nu|^2 \quad . \tag{4.3}$$

Falls die Basis von Zuständen $|\phi_i\rangle$ die Vollständigkeitsrelation im (A-1)-Teilchen-System erfüllt, so gilt

$$\sum_i |f_i^\nu|^2 = n_\nu \quad . \tag{4.4}$$

Da von vornherein klar ist, daß die (gebundenen) Zustände $|\phi_i\rangle$ nicht vollständig sind, interpretieren wir das nullte Moment der Spektralfunktion als die Modell-Besetzungswahrscheinlichkeit.

Wenn die Energiespektren der (A-1)- und (A+1)-Teilchen-Systeme nicht überlappen und daher die Spektralfunktion (3.6) aus einem Massenoperator über die Dysongleichung berechnet werden kann, gilt (4.2) entsprechend; in diesem Fall ist das nullte Moment der vollen Modell-Spektralfunktion (mit Einschluß des retardierten Anteils), d.h. des Ausdrucks (3.6) ohne die Stufenfunktion, stets Eins[4].

Wird die Spektralfunktion aus dem Massenoperator (3.46) des CSM mit Targetkorrelationen berechnet, so wird ein Wert für die Besetzungszahl n_ν einerseits durch die Koeffizienten f_i^ν mit (4.4) in die Rechnungen eingebracht, andererseits aus dem nullten Moment mit (4.2) extrahiert. Da eine (exakte) Gleichheit dieser beiden Werte von n_ν offensichtlich nicht durch eine Summenregel garantiert wird, wird man sie als Bedingung für eine Konsistenz des Modells (genähert) fordern.

Aus der Spektralfunktion können spektroskopische Faktoren

$$\hat{S}_\nu^\alpha = |\langle A|a_\nu^+|A-1,\alpha\rangle|^2 \tag{4.5}$$

bestimmt werden; $|A-1,\alpha\rangle$ ist der gebundene (Eigen-)Zustand des (A-1)-Teilchen-Systems, dessen Quantenzahlen durch α zusammengefaßt sind. Im CSM liest man aus (3.28) ab:

$$\hat{S}_\nu^\alpha = -\sum_i \sum_{\alpha_\kappa} |f_i^\nu\, \sigma_{\alpha_\kappa i}(W_\alpha)|^2 \frac{1}{d'_{\alpha_\kappa}(W_\alpha)} \quad . \tag{4.6}$$

Falls die Spektralfunktion aus einem Massenoperator bestimmt wird, so ergibt sich aus der Dysongleichung unmittelbar[4]

$$\hat{S}_\nu^\alpha = \left[\, 1 - \frac{d}{dW} M_{\nu\nu}(W)\Big|_{W_\alpha} \,\right]^{-1} . \tag{4.7}$$

Unter spektroskopischen Faktoren für ungebundene resonante Zustände im kontinuierlichen Energiebereich der Spektralfunktion wollen wir das Energieintegral über die Resonanz verstehen:

$$\hat{S}_\nu^{res\,\alpha} = \int_{res\,\alpha} dW\; S_\nu^\alpha(W) \quad . \tag{4.8}$$

Die mittlere Ablösearbeit $\bar{E}_\nu$ eines Teilchens im Zustand $|\nu\rangle$ ist definiert[32] durch

$$\bar{E}_\nu := -\frac{1}{n_\nu} S_\nu^{(1)} = -\frac{1}{n_\nu} \int_{-\infty}^{\infty} dW\; S_\nu(W)\, W \quad . \tag{4.9}$$

Einsetzen der Definition (2.7) der Spektralfunktion ergibt

$$\bar{E}_\nu = \frac{1}{n_\nu} \langle A | a_\nu^+ [H, a_\nu] | A \rangle = \frac{1}{n_\nu} \Big[\sum_i |f_i^\nu|^2 E_i + \sum_{ij} f_i^{\nu *} f_j^\nu V_{ij} \Big] - W_A^\circ \quad . \tag{4.10}$$

In der Näherung verschwindender Grundzustandskorrelationen gilt für Lochzustände $|\phi_\nu\rangle$ $\quad f_i^\nu = \delta_{i\nu}$

und daher $$\bar{E}_\nu = E_\nu + V_{\nu\nu} - W_A^\circ \quad . \tag{4.11}$$

Bei Wahl einer selbstkonsistenten Einteilchenbasis erhält man weiter

$$\bar{E}_\nu = -\varepsilon_\nu \quad . \tag{4.12}$$

Bei der Auswertung von Matrixelementen der Wechselwirkung in den konkreten numerischen Rechnungen haben wir stets von der Selbstkonsistenzannahme Gebrauch gemacht (vgl. die Diskussion in Kapitel 5). Bei Vernachlässigung von Target-Korrelationen ist so nach (4.12) die mittlere Ablösearbeit aus CSM- und aus PT-Spektren durch die Einteilchenenergie festgelegt.

Wenn bei einem "Einschalten" der Grundzustandskorrelationen in einer Modellrechnung der erste Summand in (4.10) der führende ist, d.h. wenn die Restwechselwirkung hinreichend klein ist, dann erhöht sich nach (4.10) die (positive) mittlere Ablösearbeit.

Will man bei der Bestimmung der Besetzungszahl n_λ und Ablösearbeit $\bar{E}_\lambda$ eine Berechnung der Spektralfunktion im gesamten Energiebereich umgehen, so ist eine Störungsentwicklung für n_λ und $\bar{E}_\lambda$ [33] nützlich. Bis zur 2. Ordnung in der Wechselwirkung gilt:

$$\varepsilon_\lambda \le \varepsilon_F : \qquad n_\lambda = 1 - \frac{1}{2} \sum_{\mu \alpha \beta} \frac{\bar{V}^2_{\lambda\mu\alpha\beta}}{(\varepsilon_\lambda + \varepsilon_\mu - \varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta)^2} \tag{4.13}$$

$$\bar{E}_\lambda = -\varepsilon - \frac{1}{2} \sum_{\mu \alpha \beta} \frac{\bar{V}^2_{\lambda\mu\alpha\beta}}{\varepsilon_\lambda + \varepsilon_\mu - \varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta} \tag{4.14}$$

$$\varepsilon_\lambda > \varepsilon_F : \qquad n_\lambda = \frac{1}{2} \sum_{\nu \mu \beta} \frac{\bar{V}^2_{\nu\mu\lambda\beta}}{(\varepsilon_\nu + \varepsilon_\mu - \varepsilon_\lambda - \varepsilon_\beta)^2} \tag{4.15}$$

$$\bar{E}_\lambda = -\varepsilon_\lambda - \frac{1}{2} \sum_{\nu \mu \beta} \frac{\bar{V}^2_{\nu\mu\lambda\beta}}{\varepsilon_\nu + \varepsilon_\mu - \varepsilon_\lambda - \varepsilon_\beta} \cdot \frac{1}{n_\lambda} \quad . \tag{4.16}$$

Beim Vergleich mit Ergebnissen aus den Momenten der Spektralfunktion muß allerdings berücksichtigt werden, daß mit der Spektralfunktion auch deren Momente die Wechselwirkung in höherer als nur zweiter Ordnung enthalten, und daß in den Störungsentwicklungen für n_λ und $\bar{E}_\lambda$ unvermeidlich Target-Kontinuumskorrelationen eingehen, wenn man mit Blick auf das (A-1)-Teilchensystem Kontinuumskorrelationen zuläßt.

Das zweite Moment der Spektralfunktion geht ein in die Verteilungsbreite (spreading width) $\Gamma_\nu^\downarrow$ [26]

$$\Gamma_\nu^{\downarrow 2} = \frac{1}{n_\nu} \int_{-\infty}^{\infty} dW \; S_\nu(W) \left[W - (-\bar{E}_\nu)\right]^2 = \frac{1}{n_\nu} S_\nu^{(2)} - \bar{E}_\nu^2 \quad . \tag{4.17}$$

Wenn die Einteilchenstärke des Zustands $|\nu\rangle$ wesentlich in einem Energieintervall konzentriert ist, etwa in einer Gaußverteilung um die mittlere Ablösearbeit herum, so ist die Verteilungsbreite ein Maß für die Breite dieses Intervalls. Wenn jedoch die Einteilchenstärke nur langsam mit der Energie abfällt, so überschätzt die Verteilungsbreite die Ausdehnung des Gebiets, in dem der wesentliche Anteil der Stärke liegt. So divergiert die Verteilungsbreite etwa für eine Lorentz-förmige Verteilung der Einteilchenstärke.

Einsetzen von (2.7) ergibt unmittelbar

$$\Gamma_\nu^{\downarrow 2} = \frac{1}{n_\nu} \langle A | a_\nu^+ H^2 a_\nu | A \rangle - \frac{1}{n_\nu^2} \langle A | a_\nu^+ H a_\nu | A \rangle^2 \quad . \tag{4.18}$$

In der Näherung verschwindender Korrelationen im A-Teilchen-Grundzustand erhält man die einfache Form

$$\Gamma_\nu^{\downarrow 2} = (V^2)_{\nu\nu} - (V_{\nu\nu})^2 = \sum_{i \neq \nu} (V_{i\nu})^2 \quad . \tag{4.19}$$

Die Verteilungsbreite ist also endlich, sofern die Wechselwirkung endlich ist. Dieperink und Brussaard (Ref.26) haben unter Verwendung der Brückner-G-Matrix gezeigt, daß sie auch für Potentiale mit hard-core endlich ist.

Die Verteilungsbreite ist in der Näherung (4.19) durch die Matrixelemente der Kopplung des Lochzustands an die "doorway"-Zustände $|\Phi_i\rangle \neq |\Phi_\nu\rangle$ bestimmt. Wie wir im Abschnitt 3.2 gesehen haben, unterscheidet sich eine CSM-Rechnung im Raum von 1h- und 1p-2h-Zuständen von einer PT-Rechnung durch die Mitnahme der direkten Kopplung zwischen den Zuständen $|\Phi_i\rangle \neq |\Phi_\nu\rangle$. Die Verteilungsbreite nimmt daher bei Vernachlässigung von Targetkorrelationen in beiden Rechnungen den gleichen Wert an.

Die Ermittlung des ersten Moments der Spektralfunktion ist insbesondere von Interesse im Zusammenhang mit einer von Koltun angegebenen Summenregel[32], die die totale Bindungsenergie E_z der Protonen in einem Kern mit der kinetischen Energie T_z und den Ablösearbeiten $\bar{E}_{\lambda_p}$, bezogen auf Protonenzustände $|\lambda_p\rangle$, in Verbindung setzt:

$$E_z = \frac{1}{2} T_z - \frac{1}{2} \sum_{\lambda_p} n_{\lambda_p} \bar{E}_{\lambda_p} \tag{4.20}$$

mit

$$T_z = \int_{-\infty}^{\infty} dW \int d^3p \, \frac{\vec{p}^2}{2m} \, S^\alpha(\vec{p}; W) \quad . \tag{4.21}$$

Diese Summenregel gilt streng, wenn im Hamiltonoperator nur Zweikörperwechselwirkungen auftreten. Da die Protonenbindungsenergie E_z aus Bestimmungen der Targetbindungsenergie W_A^o, der Coulomb-

und der Symmetrieenergie bekannt ist, bietet (4.20) prinzipiell die Möglichkeit, den Beitrag von Dreikörperkräften zur Bindung abzuschätzen. In der Praxis tritt jedoch neben den Schwierigkeiten einer zuverlässigen Berücksichtigung von Distorsionseffekten die Frage auf, welcher Beitrag zu den Momenten in den nicht gemessenen hochenergetischen Schwänzen der Spektralfunktion liegt. Bernheim et al.[8] haben in einer detaillierten DWIA-Analyse ihrer $^{12}C(e,e'p)$-Daten festgestellt, daß die Auswertung der Spektralfunktion im gemessenen Energiebereich ($S = -W \lesssim 74$ MeV) nur etwa 60% der Protonenbindungsenergie liefert; die von Koltun[32] aus den Daten der Liverpool-Gruppe[16] abgeleitete bessere Übereinstimmung führen sie auf dessen gröbere Analyse zurück, nämlich auf die Vernachlässigung von Distortionseffekten und auf die Mitnahme des Untergrunds von Mehrfachstreuprozessen.

Auf eine ähnliche Schwierigkeit sind Dieperink und Brussaard beim Vergleich eines störungstheoretischen Ausdrucks für $\Gamma_v^{\downarrow}$ mit entsprechenden Messungen gestoßen[26]. Hier wie auch beim Test von Koltuns Summenregel lassen sich Diskrepanzen durch die Annahme verstehen, daß bei höheren nicht beobachteten Energien noch ein hinreichend großer Anteil an Stärke liegt.

Wir werden in Abschnitt 6.1.3 quantitativ prüfen, wie sich ein Abschneiden der berechneten Spektralfunktion bei einer festen Separationsenergie auf deren Momente auswirkt. Zwar ist von vornherein das Modell für die Berechnung der Spektralfunktion gerade bei den hier interessierenden höheren Energien unzureichend, da wir höhere als 1p-2h-Konfigurationen nicht mitgenommen haben. Auf der anderen Seite sehen wir keinen Anlaß zu der Annahme, daß etwa die Berücksichtigung von 2p-3h-Zuständen das Ergebnis für die Momente in der einen oder anderen Richtung drastisch ändern würde. Man kann also hoffen, eine Aussage über die Größenordnung der zu erwartenden Effekte von hochenergetischen Schwänzen der Spektralfunktion zu erhalten, die auch über unser Modell hinaus gültig ist.

Die Bedeutung, die den einzelnen berechneten Momenten beim Vergleich mit dem Experiment zukommt, wird vor allem in den Formeln (4.13) - (4.16) und (4.19) klar. Wenn man annimmt, daß die dort auftretenden Größen weniger von der detaillierten Form der Wellen-

funktionen als von den Werten der Einteilchenenergien und der Wechselwirkungsstärke abhängt, so liest man ab, daß die Ablösearbeit in erster Linie von den Einteilchenenergien und die Verteilungsbreite von der Wechselwirkungsstärke abhängt, während es für die Besetzungszahl auf beide Parameter in gleicher Weise ankommt.

Eine weitere Größe, die zur Überprüfung der Parameter der Rechnung dienen kann, ist die störungstheoretisch berechnete Bindungsenergie des A-Teilchen-Systems im Grundzustand. Beim Vorliegen einer selbstkonsistenten Einteilchenbasis gilt in zweiter Ordnung in der Wechselwirkung

$$W_A^0 = E_{HF} - \frac{1}{4} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \frac{\bar{V}^2_{\alpha\beta\gamma\delta}}{\varepsilon_\gamma + \varepsilon_\delta - \varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta} \quad . \tag{4.22}$$

Die Hartree-Fock-Energie E_{HF} ist gegeben durch

$$E_{HF} = \sum_{\alpha} \varepsilon_\alpha - \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} \bar{V}_{\alpha\beta\alpha\beta} \quad . \tag{4.23}$$

5. Einzelheiten der numerischen Rechnungen

Die konkrete numerische Berechnung des PWIA-Wirkungsquerschnitts und der Spektralfunktion bzw. des störungstheoretischen Massenoperators der Form (3.15) ohne Berücksichtigung von Grundzustandskorrelationen im A-Teilchen-System ist in den Arbeiten von Wille[3] und von Wille und Lipperheide[4] besprochen worden; wir entnehmen diesen Arbeiten den vollständigen Ausdruck für den PWIA-Wirkungsquerschnitt (2.1) (Anhang I).

Bei den Rechnungen im Kontinuum-Schalenmodell ohne und mit Berücksichtigung von Targetkorrelationen geht als strukturbestimmendes Element die Schalenmodell-D-Matrix ein (vgl. (3.25) und (3.46)). Zunächst erläutern wir die Berechnung der Matrix D, die Matrixelemente zwischen Vielteilchenwellenfunktionen enthält, mit Hilfe von Ein- und Zweiteilchenmatrixelementen. Bei der Festlegung der Parameter des Einteilchenpotentials und der Zweikörperwechselwirkung sowie bei der Berechnung von Einteilchenwellenfunktionen, insbesondere der Behandlung des Kontinuums, haben wir uns eng an den in den Refs. 3 und 4 vorgezeichneten Weg gehalten, da wir unsere Resultate mit den störungstheoretischen Ergebnissen vergleichen wollen; tatsächlich gibt es auch seit dem Erscheinen dieser Arbeiten keine neuen Anhaltspunkte dafür, wie etwa der Hamiltonoperator realistischer, aber doch numerisch praktikabel parametrisiert werden könnte. Wir wiederholen daher zu diesen Punkten nur die wichtigsten Züge der umfassenderen Argumentation in den Refs. 3 und 4.

Ferner erläutern wir für die Berechnung der Spektralfunktionen mit Einschluß von Targetkorrelationen die Wahl der Korrelationskoeffizienten f_c^ν , die Berechnung des störungstheoretischen Anteils $M_{\nu\nu'}^{AH,PT}$ im Massenoperator (3.46) und die Lösung der Dysongleichung. Schließlich geben wir an, wie wir die Formeln (4.19), (4.13) - (4.16) und (4.22) für die Verteilungsbreite $\Gamma_\nu^\downarrow$, Besetzungszahl n_ν , Ablösearbeit $\bar{E}_\nu$ und Bindungsenergie W_A^o ausgewertet haben.

Die Schalenmodellmatrix D

Wir gehen im folgenden davon aus, daß die Einteilchenenergien ε_k im Einteilchenanteil H_o des Hamiltonoperators selbstkonsistent bezüglich der Wechselwirkung bestimmt sind (vgl. die spätere Dis-

kussion). Wir definieren die Basiszustände im (A-1)-Teilchen-System als Zustände, die durch die Erzeugung von n-Teilchen und (n+1)-Löchern im Hartree-Fock-Grundzustand $|0\rangle$ des A-Teilchen-Systems entstehen und beschränken n auf die Werte 0 und 1:

$$\begin{aligned} |\Phi_\nu\rangle &= a_\nu |0\rangle \quad , \quad \varepsilon_\nu \leq \varepsilon_F \\ |\Phi_i\rangle &= a_\lambda^+ a_\mu a_\nu |0\rangle \quad , \quad \varepsilon_\nu, \varepsilon_\mu \leq \varepsilon_F \, , \, \varepsilon_\lambda > \varepsilon_F \; . \end{aligned} \tag{5.1}$$

Kontinuumszustände sind dann durch $\varepsilon_\lambda > 0$ gekennzeichnet. Die Energieeigenwerte E_ν, E_i der Basiszustände lassen sich auf die Hartree-Fock-Energie E_{HF} beziehen:

$$E_\nu = \sum_{\alpha \leq} \varepsilon_\alpha - \varepsilon_\nu = E_{HF} - \varepsilon_\nu + \tfrac{1}{2} \sum_{\substack{\alpha \leq \\ \beta}} \bar{V}_{\alpha\beta\alpha\beta} \tag{5.2a}$$

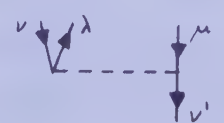
$$E_i = \sum_{\alpha \leq} \varepsilon_\alpha - \varepsilon_\nu - \varepsilon_\mu + \varepsilon_\lambda = E_{HF} - \varepsilon_\nu - \varepsilon_\mu + \varepsilon_\lambda + \tfrac{1}{2} \sum_{\substack{\alpha \leq \\ \beta}} \bar{V}_{\alpha\beta\alpha\beta} \; . \tag{5.2b}$$

In der Definition der Schalenmodellmatrix D_{ij} (3.22) treten Vielteilchenmatrixelemente der Restwechselwirkung V_R, gegeben durch die Form (3.9) auf. Diese lassen sich durch Ausnutzung der Vertauschungsrelationen der Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren oder durch Anwendung von Graphenregeln durch Zweiteilchenmatrixelemente der (vollen) Wechselwirkung ausdrücken. Mit $|\Phi_j\rangle = a_\lambda^+ a_\mu a_\nu |0\rangle$ erhalten wir:

$$(V_R)_{\nu\nu'} = -\delta_{\nu\nu'} \tfrac{1}{2} \sum_{\substack{\alpha \leq \\ \beta}} \bar{V}_{\alpha\beta\alpha\beta} =$$

(5.3a)

$$(V_R)_{i\nu'} = \bar{V}_{\nu\mu\lambda\nu'} =$$



(5.3b)

$$\begin{aligned} (V_R)_{ij} = &-\delta_{ij} \tfrac{1}{2} \sum_{\substack{\alpha \leq \\ \beta}} \bar{V}_{\alpha\beta\alpha\beta} + \delta_{\lambda\lambda'} \bar{V}_{\nu\mu\nu'\mu'} \\ &+ \delta_{\nu\nu'} \bar{V}_{\lambda\mu'\mu\lambda'} - \delta_{\mu\nu'} \bar{V}_{\lambda\mu'\nu\lambda'} - \delta_{\nu\mu'} \bar{V}_{\lambda\nu'\mu\lambda'} + \delta_{\mu\mu'} \bar{V}_{\lambda\nu'\nu\lambda'} \end{aligned} \tag{5.3c}$$

$=$

.

Zur Verdeutlichung der algebraischen Ergebnisse sind jeweils auch graphische Darstellungen bis auf Austauschdiagramme angegeben.

Bei den Rechnungen haben wir Basiszustände verwendet, die zum Gesamtdrehimpuls J mit der Parität π gekoppelt sind. Die Schalenmodellmatrix entkoppelt dann in Matrizen zu festem J^π. Im Anhang II sind das hier verwendete Kopplungsschema und die Matrixelemente der Restwechselwirkung in der gekoppelten Basis angegeben.

Einteilchenpotentiale

Mit Blick auf den Aufwand der numerischen Rechnungen scheint es geboten, bei der Wahl des Hamiltonoperators weniger Gewicht auf eine "realistische" Form als auf eine sinnvolle, aber möglichst einfache Parametrisierung zu legen. Die Abhängigkeit der Resultate von der Spezifizierung der Parameter kann dann in zusätzlichen Rechnungen studiert werden.

Den Einteilchenanteil H_o des Hamiltonoperators legen wir fest durch Einführen eines sphärischen Schalenmodellpotentials $v(r)$ der Woods-Saxon-Form mit Spin-Bahn-Term und Coulombpotential:

$$v(r) = v_{cent}(r) + v_{s.o.}(r)\,\vec{l}\cdot\vec{s} + v_c(r)$$

$$v_{cent}(r) = -V_o\, f(r) \quad , \quad f(r) = \left(1 + e^{\frac{r-R_o}{a}}\right)^{-1}$$

$$R_o = r_o\,(A-1)^{1/3}$$

$$v_{s.o.}(r) = V_{s.o.}\left(\frac{\hbar}{m_\pi c}\right)^2 \frac{1}{r}\frac{d}{dr} f(r) \qquad (5.4)$$

$\frac{\hbar}{m_\pi c}$ Pion-Comptonwellenlänge

$$v_c(r) = \left(\tfrac{1}{2} - t_3\right)\cdot \begin{cases} (Z-1)\,\frac{e^2}{r} & , r \geq r_o \\ \frac{3}{2}\frac{(Z-1)e^2}{R_o}\left(1 - \frac{1}{3}\frac{r^2}{R_o^2}\right) & , r \leq r_o \end{cases}$$

A Massenzahl des Targets

Z Ladungszahl des Targets

Die Einteilchenzustände in diesem Potential werden wie üblich indiziert durch $\nu = \{ n_\nu, l_\nu, j_\nu, m_{j\nu}, m_{t_\nu} \}$ für gebundene Zustände mit $\varepsilon_\nu < 0$; für Kontinuumszustände tritt die kontinuierliche Energie $\varepsilon(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} > 0$ an die Stelle von n_ν.

Die Potentialparameter sind mit der Randbedingung festgelegt worden, daß bestimmte Sätze von Einteilchenenergien reproduziert werden. Zwei mögliche Sätze sind die folgenden:

(A) Als Einteilchenenergien ε_ν werden die experimentellen Nukleonenseparationsenergien der zum Kern der Massenzahl A benachbarten Kerne genommen. Für ^{12}C und ^{16}O erhält man so die Energien der 1p-, 2s- und 1d-Zustände. Als 1s-Energie wird die Energie genommen, die sich aus dem an die 2s-Energie angepaßten Potential ergibt. Dieser Satz führt nicht auf die experimentellen Teilchenschwellen des (A-1)-Teilchen-Systems.

(B) Die experimentellen Teilchenschwellen des (A-1)-Teilchen-Systems werden in der Rechnung richtig wiedergegeben, wenn man die Energien der obersten besetzten Protonen- und Neutronenzustände entsprechend ändert.

Wir haben Rechnungen für ^{12}C mit den Sätzen A und B, für ^{16}O mit Satz B ausgeführt. Die Einteilchenenergien und die sie reproduzierenden Potentialparameter sind in Tab. 1 zusammengestellt. Sie sind nahezu identisch mit den Größen aus Ref. 4; die Abweichungen bei den obersten gebundenen Zuständen werden im Unterabschnitt "Einteilchenwellenfunktionen" erklärt. Für f- und g-Wellen haben wir die Mittelwerte der s,p,d-Potentialparameter genommen.

Die numerische Rechnung vereinfacht sich erheblich , wenn die Einteilchenzustände selbstkonsistent bezüglich der Wechselwirkung gewählt sind; zum einen verringert sich die Zahl der auszuwertenden Zweiteilchenmatrixelemente der Wechselwirkung im CSM drastisch, zum anderen verschwindet in einer Rechnung über den Massenoperator der Beitrag erster Ordnung. Wir machen daher die Annahme, daß das (nichtlokale) Hartree-Fock-Potential gut durch das gewählte (lokale) Einteilchenpotential approximiert wird. Es ist nicht zu erwarten, daß der Verlauf der Spektralfunktion durch diese Näherung in wichtigen Punkten geändert wird.

Zweikörperwechselwirkung

Zum Zweck der leichten Ausrechnung von Matrixelementen haben wir als Zweikörperwechselwirkung das spinabhängige Nullreichweiten-Potential

$$V(\vec{r}_1,\vec{r}_2) = -V_\delta \left(\Pi_t^\sigma + p\,\Pi_s^\sigma\right)\delta(\vec{r}_1-\vec{r}_2) \qquad (5.5)$$

genommen. $\Pi_t^\sigma(\Pi_s^\sigma)$ ist der Projektionsoperator auf den Spin-Triplett (Singulett)-Zustand. Dieses Potential ist in der Literatur mit verschiedenen Stärkeparametern bei Teilchen-Loch-Rechnungen an ^{12}C und ^{16}O verwendet worden. Wir haben bei unseren Rechnungen den auch in Ref. 4 verwendeten mittleren Wert von $V_\delta = 582$ MeV·fm^3, $p = 0.46$ benutzt und einige Vergleichsrechnungen mit verändertem V_δ ausgeführt.

Im Anhang II ist das Matrixelement der Wechselwirkung zwischen drehimpulsgekoppelten Wellenfunktionen angegeben.

Einteilchenwellenfunktionen

Die Eigenfunktionen des Einteilchenpotentials haben die Form

$$\varphi^{m_j m_t}_{n(\varepsilon)\ell j}(\vec{r};s,t) = R_{n(\varepsilon)\ell j m_t}(r)\,\mathcal{Y}^{m_j}_{\ell j}(\Omega_r;s)\,\zeta^{m_t}_{1/2} \qquad (5.6)$$

mit $$\mathcal{Y}^{m_j}_{\ell j}(\Omega_r;s) = \sum_{m_\ell m_s}\left(\begin{matrix}\ell & 1/2 \\ m_\ell & m_s\end{matrix}\middle|\begin{matrix}j\\ m_j\end{matrix}\right) Y^{m_\ell}_\ell(\Omega_r)\,\chi^{m_s}_{1/2}\,.$$

Die radialen Wellenfunktionen $R_{n(\varepsilon)\ell j m_t}(r)$ treten bei der Bestimmung des Wirkungsquerschnitts an zwei Stellen auf, einmal bei der Berechnung der Matrixelemente der Wechselwirkung in der Spektralfunktion, und dann bei der Unrechnung der Schalenmodellspektralfunktion in die Impulsdarstellung (vgl. Anhang I). Im letzten Fall treten nur gebundene Wellenfunktionen auf, und es genügt für die Genauigkeit, diese durch Diagonalisierung des Einteilchenpotentials in einer Basis von Eigenfunktionen des isotropen harmonischen Oszillators zu berechnen. Zur Erläuterung des Vorteils eines solchen Vorgehens verweisen wir auf Ref. 4.

Wellenfunktionen, die in die Bestimmung von Matrixelementen in der Spektralfunktion eingehen, berechnen wir für positive und nega-

tive Energien durch Integration der radialen Schrödingergleichung

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} - \frac{2m}{\hbar^2} v(r) \right] r R_{n(\varepsilon)\ell j m_t}(r) = 0 . \qquad (5.7)$$

Zunächst wird die Jostfunktion $f_{\ell j m_t}(k)$ $\left(k = \sqrt{2\frac{m\varepsilon}{\hbar^2}}\right)$

$$f_{\ell j m_t}(k) = \frac{k^\ell}{(2\ell+1)!!} e^{-\frac{1}{2}i\pi\ell} W\left(f^{(+)}_{n(\varepsilon)\ell j m_t}, \Phi_{n(\varepsilon)\ell j m_t}\right) \qquad (5.8)$$

aus der Wronskideterminante einer regulären Lösung $\Phi_{n(\varepsilon)\ell j m_t}(r)$ von (5.7)

mit $$\Phi_{n(\varepsilon)\ell j m_t}(r) \underset{r\to 0}{\sim} r^{\ell+1} \qquad (5.9)$$

und der irregulären Lösung $f^{(+)}_{n(\varepsilon)\ell j \pm\frac{1}{2}}(r)$ von (5.7) mit

$$f^{(+)}_{n(\varepsilon)\ell j \frac{1}{2}}(r) \underset{r\to\infty}{\sim} e^{\frac{1}{2}i\pi(\ell+1)} kr\, h^{(+)}(kr) \qquad (5.10)$$

$$f^{(+)}_{n(\varepsilon)\ell j -\frac{1}{2}}(r) \underset{r\to\infty}{\sim} e^{i\left(\frac{\pi}{2}\ell - \sigma_\ell\right)} \left[G_\ell(k,r) + i F_\ell(k,r)\right] \qquad (5.11)$$

bestimmt. $h^{(+)}_\ell$ ist die sphärische Hankelfunktion erster Art, σ_ℓ die Coulomb-Streuphase, F_ℓ bzw. G_ℓ die reguläre bzw. irreguläre Coulombfunktion. Die gesuchte, gemäß

$$\int_0^\infty dr\, r^2 R_{\varepsilon\ell j m_t}(r) R_{\varepsilon'\ell j m_t}(r) = \delta(\varepsilon - \varepsilon') \qquad (5.12)$$

normierte, reguläre Lösung von (5.7) erhält man dann durch Integration von (5.7) mit dem Verhalten am Ursprung

$$R_{n(\varepsilon)\ell j m_t}(r) \underset{r\to 0}{\sim} \left(\frac{2m}{\pi\hbar^2}\right)^{1/2} \frac{k^{\ell+\frac{1}{2}} r^\ell}{(2\ell+1)!!\, f_{\ell j m_t}(k)} . \qquad (5.13)$$

In dieser Arbeit treten Wellenfunktionen mit kontinuierlichem Energieindex $\varepsilon > 0$ in allen Matrixelementen der Wechselwirkung (5.5) nur unter Energieintegralen von der Form

$$J_\gamma(W_\alpha; r, r') = \int_0^\infty d\varepsilon \frac{R_{\varepsilon\gamma}(r) R_{\varepsilon\gamma}(r')}{W_\alpha - \varepsilon + i\eta} \qquad (5.14)$$

auf. Wie in Ref. 4 werden Probleme der numerischen Integration umgangen, indem der mit Hilfe der Spektraldarstellung der Greenschen Funktionen umgeschriebene Ausdruck

$$J_\gamma(W_\alpha; r, r') = -\frac{2m}{\hbar^2}\frac{\phi_{W_\alpha\gamma}(r_<)\, f^{(+)}_{W_\alpha\gamma}(r_>)}{r r' W(f^{(+)}_{W_\alpha\gamma}, \phi_{W_\alpha\gamma})} - \sum_{n_\gamma}\frac{R_{n_\gamma\gamma}(r) R_{n_\gamma\gamma}(r')}{W_\alpha - \varepsilon_{n_\gamma}} \qquad (5.15)$$

ausgewertet wird. Dabei ist $r_< = \min(r, r')$, $r_> = \max(r, r')$; n_γ bezeichnet die Hauptquantenzahlen von gebundenen Zuständen zum festen Satz von Quantenzahlen $\gamma = \{\ell_\gamma, j_\gamma, m_{t_\gamma}\}$.

Wenn die Energien W_α in die Nähe der ε_{n_γ} von (5.15) kommen, wird das Integral $J_\gamma(W_\alpha; r, r')$ als Differenz zweier großer Zahlen berechnet. Die kleine Verbesserung in den gebundenen Wellenfunktionen, die man bei Integration der Schrödingergleichung gegenüber dem Diagonalisierungsverfahren erreicht, verkleinert erheblich das Energieintervall um ε_{n_γ}, in dem $J_\gamma(W_\alpha; r, r')$ durch Interpolation ermittelt werden muß, da dann die beiden Summanden von (5.15) nach demselben Verfahren berechnet werden. Dies ist der Grund dafür, daß wir, abweichend vom Vorgehen in den Refs. 3 und 4, auch die Wellenfunktionen gebundener Zustände durch Integration der Schrödingergleichung bestimmt haben. Bei Verwendung der gleichen Potentialparameter wie in den Refs. 3 und 4 ergeben sich etwas kleinere Einteilchenenergien. Der größte Unterschied betrifft den $2s_{1/2}$(n) ($2s_{1/2}$(p))-Zustand im ^{12}C (^{16}O); der durch Integration berechnete Zustand ist gegenüber dem durch Diagonalisierung bestimmten Zustand um etwa 100 keV abgesenkt.

Massenoperator M^{A+1} und Dysongleichung

Die Vernachlässigung von Kontinuumsbeimischungen im Targetkern hat wegen (3.2) als unmittelbare Konsequenz, daß die Greenfunktion nur mit Indizes gebundener Einteilchenzustände berechnet werden muß. Dasselbe gilt für den Massenoperator, und die Dysongleichung reduziert sich auf ein lineares Gleichungssystem für die Elemente der Greenfunktion.

Rechnungen mit Berücksichtigung von Targetkorrelationen, bei denen wir auf den Massenoperator (3.46) zurückgehen, haben wir nur für den Fall des ^{12}C ausgeführt. Wegen der Auswahlregeln für Drehimpuls und Parität (vgl. z.B. (3.37)) beim Vorliegen eines dreh- und spiegelungsinvarianten Hamiltonoperators ist hier der Massenoperator $M_{\nu\nu'}(W)$ diagonal in den Indizes ν, ν' der gebundenen Protonenzustände (siehe Tab. 1). Die Dysongleichung zerfällt in einzelne lineare Gleichungen mit je einer Unbekannten.

Eine vollständige Berechnung des störungstheoretischen Anteils $M^{A+1,\pi\pi}(W)$ im Massenoperator (3.46) erfordert die Auswertung auch von Zweikörpermatrixelementen mit zwei Teilchen in Kontinuumszuständen. Wir haben diesen Beitrag von $M^{A+1,\pi\pi}(W)$ weggelassen und uns auf die Mitnahme von einem Teilchen im Kontinuum beschränkt. Den Ausdruck für $M^{A+1,\pi\pi}(W)$ in drehimpulsgekoppelten Matrixelementen findet man im Anhang III.A.

Target-Korrelationskoeffizienten f_i^ν

Der Einfluß von Grundzustandskorrelationen auf die Spektralfunktion $S^a_{\nu\nu}(W)$ wird für Lochindizes ν in unserem Modell, d.h. bei Berechnung des CSM-Massenoperators (3.46) im Raum von 1h- und 1p-2h-Konfigurationen, durch den störungstheoretischen Ausdruck $M^{A+1,\pi\pi}(W)$ und den Parameter f_ν^ν festgelegt. Wegen (4.4) läßt sich aus einem plausiblen Ansatz für die Besetzungswahrscheinlichkeit n_ν sofort ein Wert für f_ν^ν angegebn. Wir haben jedoch stets $f_\nu^\nu = 1$ gewählt. In zusätzlichen Rechnungen haben wir uns davon überzeugt, daß die Ergebnisse sich nur unwesentlich ändern, wenn wir für $f_\nu^\nu = \sqrt{n_\nu}$ Werte aus der Arbeit von Goswami und Pal[34] einsetzen.

Die Spektralfunktion $S^a_{\nu\nu}(W)$ für Teilchenindizes ν haben wir im CSM durch Auswertung von (3.25) bestimmt. Eine eigene Berechnung der hier auftretenden Koeffizienten f_i^ν lag außerhalb des Rahmens dieser Arbeit. Wir haben stattdessen für den Fall des ^{12}C, wo der Teilchenindex $\nu = 1p_{1/2}(p)$ vorkommt (vgl. Tab. 1), die Koeffizienten durch Umkopplung von Amplituden der RPA-Rechnung von Goswami und Pal[34] gewonnen. Eine neuere Arbeit von Agassi und Mitarbei-

tern[35], in der Grundzustandsanregungen über die in Ref. 34 zugelassene Anregung von zwei Teilchen-Loch-Paaren hinaus mitgenommen werden, führt auf eine stärkere Schalenaufweichung, jedoch sind dort keine Amplituden für die Entwicklung des Grundzustands angegeben. Für eine modellhafte Untersuchung der Auswirkungen von Targetkorrelationen betrachten wir die aus den Angaben von Ref. 34 berechneten Koeffizienten als geeigneten Ausgangspunkt. Die in Ref. 34 verwendete Kraft ist eine Yukawa-Kraft mit Wigner-, Majorana- und Bartlettanteil.

Integrale Größen

Die Berechnung der Verteilungsbreite $\Gamma_\nu^{\downarrow}$ im Falle vernachlässigter Targetkorrelationen erfordert wegen (4.19) und (5.3) die Auswertung von einfachen Matrixelementen

$$\Gamma_\nu^{\downarrow 2} = \sum\!\!\!\!\!\!\int_{\bar\lambda\,\bar\nu'\bar\mu'} \left(\bar V_{\nu\lambda'\nu'\mu'} \right)^2 , \tag{5.16}$$

wobei der Index λ' gebundene und kontinuierliche Teilchenzustände bezeichnet. Für Kontinuumszustände $|\varepsilon\,\lambda'\rangle$ machen wir Gebrauch von der Vollständigkeitsrelation

$$\int_0^\infty d\varepsilon\; R_{\varepsilon\lambda'}(r)\, R_{\varepsilon\lambda'}(r') = \frac{1}{r^2}\,\delta(r-r') - \sum_{n_{\lambda'}} R_{n_{\lambda'}}(r)\, R_{n_{\lambda'}}(r') , \tag{5.17}$$

wobei $n_{\lambda'}$ die Hauptquantenzahlen gebundener Zustände in der Partialwelle $\{ j_{\lambda'}\; \ell_{\lambda'}\; m_{t_{\lambda'}} \}$ bezeichnet. Wir erhalten also, wenn wir in (5.16) nur die Summe über die Hauptquantenzahlen $n_{\lambda'}$ bzw. das Energieintegral ausführen, den Radialanteil

$$\sum\!\!\!\!\!\!\int_{n_{\lambda'},\varepsilon} \left(\int dr\; r^2\, R_\nu(r)\, R_{\lambda'}(r)\, R_{\nu'}(r)\, R_{\mu'}(r) \right)^2 = \int dr\; r^2\, R_\nu^2(r)\, R_{\nu'}^2(r)\, R_{\mu'}^2(r) - \sum_{\substack{n_{\lambda'} \\ \varepsilon_{\lambda'} \le \varepsilon_F}} \left[\int dr\; r^2\, R_\nu(r)\, R_{\lambda'}(r)\, R_{\nu'}(r)\, R_{\mu'}(r) \right]^2 \tag{5.18}$$

Wir vermeiden so bei der Ausrechnung von (5.16) eine explizite Energieintegration. Im Anhang III.B ist die Verteilungsbreite durch drehimpulsgekoppelte Matrixelemente ausgedrückt.

Die störungstheoretischen Näherungen (4.13) - (4.16) für die mittlere Ablösearbeit und die Besetzungszahl lassen sich in einfacher Weise aus gewissen Beiträgen zum Massenoperator berechnen. Für Lochzustände ν ($\varepsilon_\nu \leq \varepsilon_F$) gilt

$$\bar{E}_\nu = -\varepsilon_\nu + M_{\nu\nu}^{A+1,PT}(\varepsilon_\nu) \tag{5.19}$$

$$n_\nu = 1 + \frac{d}{dW} M_{\nu\nu}^{A+1,PT}(W)\Big|_{\varepsilon_\nu} \tag{5.20}$$

wobei $M^{A+1,PT}(W)$ durch (3.45) gegeben ist.

Für gebundene Teilchenzustände λ ($\varepsilon_F < \varepsilon_\lambda < 0$) erhält man entsprechende Beziehungen, wenn man auf den störungstheoretischen Massenoperatorterm (vgl. 3.15)

$$M_{\nu\nu}^{A-1,PT} = \frac{1}{2} \sum_{\underline{\beta}\underline{\gamma}\underline{\delta}} \frac{\bar{V}_{\nu\beta\delta\gamma}\,\bar{V}_{\delta\gamma\nu\beta}}{W + \varepsilon_\beta - \varepsilon_\gamma - \varepsilon_\delta - i\eta} \tag{5.21}$$

zurückgeht. Es gilt

$$\bar{E}_\lambda = -\varepsilon_\lambda + \frac{1}{n_\lambda} M_{\lambda\lambda}^{A-1,PT}(\varepsilon_\lambda) \tag{5.22}$$

$$n_\lambda = -\frac{d}{dW} M_{\lambda\lambda}^{A-1,PT}(W)\Big|_{\varepsilon_\lambda} . \tag{5.23}$$

Für kontinuierliche Teilchenzustände λ haben wir integrierte Besetzungszahlen $\bar{n}_\lambda$ berechnet:

$$\bar{n}_\lambda = \int d\, n_{\lambda\varepsilon} = \frac{1}{2} \sum_{\underline{\nu}\underline{\mu}\bar{\beta}} \int_0^\infty d\varepsilon_\lambda \frac{\bar{V}^2_{\nu\mu\lambda\beta}}{(\varepsilon_\nu + \varepsilon_\mu - \varepsilon_\lambda - \varepsilon_\beta)^2} . \tag{5.24}$$

Wir haben uns in (5.24) auf die Mitnahme von gebundenen Teilchenzuständen $|\beta\rangle$ beschränkt, so daß wir erhalten

$$\bar{n}_\lambda = \frac{1}{2} \sum_{\substack{\underline{\nu}\underline{\mu} \\ \bar{\beta},\, \varepsilon_\beta < 0}} \frac{d}{dW} \left[\int_0^\infty d\varepsilon_\lambda \frac{\bar{V}^2_{\nu\mu\lambda\beta}}{\varepsilon_\nu + \varepsilon_\mu - \varepsilon_\lambda - W} \right]_{\varepsilon_\beta} . \tag{5.25}$$

Wenn wir also mit $M_{\nu\nu}^{A-1,PT}[\lambda]$ den Anteil von (5.21) bezeichnen, in dem nur der Kontinuums-Zwischenzustand $|\lambda\rangle$ als Teilchenzustand zugelassen ist, so gilt

$$\bar{n}_\lambda = - \sum_{\bar{\nu},\, \varepsilon_\nu < 0} \frac{d}{dW} \left[M_{\nu\nu}^{A-1,PT}[\lambda] \right]_{\varepsilon_\nu} \quad . \tag{5.26}$$

Schließlich berechnen wir die Bindungsenergie (4.22) des Targets aus

$$W_A^\circ = E_{HF} + \frac{1}{2} \sum_{\underline{\nu}} M_{\nu\nu}^{A+1,PT}(\varepsilon_\nu) \quad . \tag{5.27}$$

6. Ergebnisse der Rechnungen

Wir haben numerische Rechnungen unter drei Aspekten ausgeführt. Zunächst sollten quantitativ die Veränderungen der Spektren studiert werden, die sich beim Übergang von der störungstheoretischen Beschreibung zu der des Kontinuum-Schalenmodells ergeben. Wir haben daher für die Schalenmodellrechnungen im Fall des ^{12}C und ^{16}O die gleichen Parameter genommen, wie sie in den entsprechenden störungstheoretischen Rechnungen (Refs. 3 und 4) gewählt worden sind, und stellen unsere Ergebnisse den dort angegebenen gegenüber[+].

Zum zweiten sollten Veränderungen der CSM-Rechnungen bei Mitnahme von Target-Grundzustandskorrelationen untersucht werden. Solche Rechnungen haben wir für ^{12}C ausgeführt. Schließlich haben wir aus den Spektren integrale Größen, wie Besetzungszahlen, mittlere Abtrennarbeiten und Verteilungsbreiten extrahiert, die mit gemessenen Größen verglichen werden können.

[+] Ein Teil der hier vorgelegten Ergebnisse ist bereits in den Refs. 36 und 37 veröffentlicht worden.

6.1 Die Reaktion $^{12}C(p,2p)$

6.1.1 Spektren bei Vernachlässigung von Grundzustandskorrelationen

In diesem Abschnitt werden die Spektren besprochen, die man im CSM bei Vernachlässigung von Targetkorrelationen erhält; für die Berechnung der Spektralfunktionen S_ν^a mit Lochindex ν ($\nu = 1s_{1/2}(p)$, $1p_{3/2}(p)$) findet (3.25) bzw. (3.28), für die Massenoperatoren $M_{\nu\nu}(W)$ (3.30) Anwendung. Die gebundenen, zu festem Gesamtdrehimpuls und fester Parität J^π gekoppelten Zustände $|\phi_i\rangle$ sind in Tabelle 2 aufgelistet. In den Rechnungen sind jeweils alle Kontinuumszustände mitgenommen worden, die an den Lochzustand $|\phi_\nu\rangle$ oder die Zustände $|\phi_i\rangle$ koppeln können; es sind 26 Zustände mit $J^\pi = \frac{1}{2}^+$, 42 Zustände mit $J^\pi = \frac{3}{2}^-$, wobei Einteilchenkontinua bis zur $g_{7/2}$ Welle berücksichtigt sind. Die zum Vergleich dienenden Spektren, die man aus dem störungstheoretischen Massenoperator zweiter Ordnung gewinnt, sind neu berechnet worden, da in den Refs. 3 und 4 neben einem Skalenfaktor auch einige Matrixelemente fehlerhaft ausgewertet worden sind (vgl. Ref. 36); die Veränderungen erweisen sich aber bis auf Korrekturen durch den Skalenfaktor als unwesentlich.

Wir besprechen im folgenden zunächst die Ergebnisse, die mit dem Potentialparametersatz A gewonnen worden sind. In Abb. 3 sind die im CSM und in PT berechneten Massenoperatoren für $\nu = 1s_{1/2}(p)$ im Energiebereich $S = -W = 30 - 55$ MeV gegenübergestellt. Die im Realteil des störungstheoretischen Massenoperators auftretenden Pole bei den Energien der gebundenen Basiszustände erscheinen im Schalenmodell-Massenoperator nicht mehr. Letzterer hat oberhalb der Schwelle S_0 für Teilchenemission keine reellen Pole. Der Verlauf der Massenoperatoren in Abb. 3 ist quantitativ und qualitativ so unterschiedlich, daß erhebliche Zweifel an der Relevanz der störungstheoretischen Resultate geboten sind.

Die in die Darstellung von $\mathrm{Re}M_{\nu\nu}(S)$ (Abb. 3) eingezeichneten Geraden $f_\nu(S) = -\varepsilon_\nu - S$ erlauben eine approximative Bestimmung der Lage der Resonanzen der Spektralfunktion (vgl. die Diskussion in Ref. 3 und 4). Abb. 4 zeigt die Spektralfunktionen $S_\nu^a(S)$, die sich

für $\nu = 1s_{1/2}(p)$ aus den Massenoperatoren von Abb. 3 durch Lösen der Dysongleichung ergeben; die Berechnung für $\nu = 1p_{3/2}(p)$ erfolgt in analoger Weise. In Tabelle 3 sind die Energien, Stärken und Breiten der wichtigsten Resonanzen der CSM-Spektren zusammengestellt, unter Einschluß der in Abb. 4 nicht eingetragenen gebundenen Zustände unterhalb der Teilchenschwelle S_n. Die Nummerierung der Resonanzen in Abb. 4 wird weiter unten erklärt.

Wir besprechen nun die Zuordnung der Resonanzen in den Schalenmodellspektren zu den ungestörten Basiszuständen bzw. zu den Resonanzen der störungstheoretisch berechneten Spektren. Dazu betrachten wir zunächst die Ergebnisse des in Kapitel 3.2 besprochenen Diagonalisierungsverfahrens, die für die CSM-Spektren in Tabelle 4a, für die PT-Spektren in Tabelle 4b enthalten sind; bis auf die $\frac{1}{2}^+$-Zustände von Tab. 4a, die vollständig aufgeführt sind, haben wir in Tab. 4a und Tab. 4b jeweils nur die wichtigsten Zustände angegeben, die zu Resonanzen in den Spektralfunktionen (Abb. 4) korrespondieren. Die Resonanzenergien und -stärken aus der CSM-Spektralfunktion (Tab. 3) werden in der gebundenen Diagonalisierungsrechnung (Tab. 4a) ausgezeichnet reproduziert. Entsprechendes gilt für die störungstheoretischen Ergebnisse, so daß in beiden Modellen das Verfahren der Diagonalisierung zur Untersuchung der Resonanzen anwendbar ist.

Die für die Interpretation des Diagonalisierungsverfahrens wichtige Bedingung (3.33), $d'(W_i) \approx -1$, ist im Falle der störungstheoretischen Ergebnisse, Tab. 4b, gut erfüllt. Die Resonanzen der zugehörigen Spektralfunktion $S^a_{1s_{1/2}(p)}(W)$ bei 32.2 MeV, 33.6 MeV und 38.0 MeV sind, wie der Verlauf des Massenoperators anzeigt, Einteilchenresonanzen und lassen sich daher nicht in Tab. 4b einordnen. Den Resonanzen in Tab. 4b ist in fast allen Fällen nur eine Konfiguration zugeordnet, deren Beitrag zum Eigenvektor mehr als 90% ausmacht. Die Nummer dieses Zustands (Nummerierung wie in Tab. 2), sowie gegebenenfalls die Nummern weiterer wichtiger Komponenten des Eigenvektors, ist ebenfalls in Tab. 4b angegeben; sind zwei Nummern durch ein Komma getrennt, so sind die Beiträge der entsprechenden Konfigurationen zum Eigenvektor vergleichbar groß. Einteilchenresonanzen sind mit "s.p." bezeichnet.

Aus den Angaben über die Größe $d'(W_i)$ in Tabelle 4a entnehmen wir, daß die Resonanzen der Schalenmodellspektren größere Kontinuumsbeiträge enthalten als die der in Störungstheorie berechneten Spektren, besonders in den Energiebereichen 31 - 36 MeV ($\nu = 1s_{1/2}(p)$) und 39 - 43 MeV ($\nu = 1p_{3/2}(p)$). Außerdem erweist sich die Kopplung der Basis-Konfigurationen als stark, so daß in nahezu allen Fällen mehr als ein Zustand wesentlich an jeweils einer Resonanz beteiligt ist. Die Nummer der Konfiguration, die am stärksten zur jeweiligen Resonanz beiträgt, ist auch in Abb.4 mitangegeben, wobei Nummern, die zu Resonanzen mit merklichen Beimischungen von Einteilchenresonanzen gehören, in Klammern gesetzt sind.

Zusammenfassend stellen wir fest, daß beim Übergang von den störungstheoretischen zu den Schalenmodellspektren in vielen Fällen zwar die Zuordnung von Resonanzen zu einer hauptsächlich beitragenden gebundenen Konfiguration möglich bleibt, daß aber Verschiebungen bis um 12 MeV auftreten (so die Konfiguration 9 im $\frac{1^+}{2}$-Spektrum).

Ein Verfolgen der Entwicklung des Schalenmodellspektrums aus dem störungstheoretisch berechneten Spektrum durch Einführung des "Anschaltfaktors" α (vgl. Kapitel 3.2) wird wegen der Vielzahl von nahe beieinanderliegenden schmalen Resonanzen in den PT-Spektren leicht unübersichtlich. Man überzeugt sich aber schon mit Schrittweiten von $\Delta\alpha = 0.2$, daß die Resonanz bei 41.65 MeV (39.43 MeV) in der $1s_{1/2}(p)$-($1p_{3/2}(p)$-)Spektralfunktion des Kontinuum-Schalenmodells aus jenen Strukturen der entsprechenden störungstheoretischen Spektren entstehen, die in den Energiebereichen 44-47 MeV (47 - 51 MeV) liegen, in Übereinstimmung mit den genaueren Resultaten des Diagonalisierungsverfahrens.

Abb. 5 zeigt den $(p,2p)$-Wirkungsquerschnitt, der aus den Spektralfunktionen von Abb. 4 nach den Formeln aus Anhang I berechnet ist. Bei der hier betrachteten Geometrie, $\Theta_0' = \Theta_1' = \Theta = 45^\circ$, sind die Gewichtsfaktoren, mit denen die beiden Spektralfunktionen mit $\nu = 1s_{1/2}(p)$ und $\nu = 1p_{3/2}(p)$ in den Wirkungsquerschnitt

eingehen, ungefähr gleich, so daß der Wirkungsquerschnitt bis auf einen Maßstabsfaktor annähernd die inkohärente Summe der beiden beteiligten Spektralfunktionen ist. Wie schon beim Vergleich der Spektralfunktionen aus der Störungstheorie und aus dem Schalenmodell erkennen wir den deutlichen Trend zu breiteren Resonanzen beim Übergang zu den Ergebnissen des CSM. Eine augenfällige Folge ist eine scheinbar verringerte Zahl von Strukturen in den Schalenmodellspektren, da Resonanzen mit kleiner Stärke sich nicht mehr vom Untergrund abheben.

In Abb. 6 zeigen wir den mit dem Parametersatz B berechneten (p,2p)-Wirkungsquerschnitt. Ähnlich wie bei Verwendung von Satz A erhält man auch hier dicht oberhalb der Schwelle für Teilchenemission eine schmale Resonanz mit einer Breite von einigen zehn keV; typische Breiten bei höherer Separationsenergie betragen 1 MeV. Offenbar besteht eine Zuordnung zwischen den Resonanzen bei 39.4, 41.5, 52.6 MeV in den Spektren von Satz A und den Resonanzen bei 35.8, 39.3, 52.8 MeV in den Spektren von Satz B; die Resonanz von diesen dreien bei der jeweils kleinsten Energie gehört zur $1p_{3/2}(p)$-Spektralfunktion.

Vergleichsrechnungen mit kleineren Werten der Wechselwirkungsstärke V_δ ergeben den erwarteten Effekt, daß die Resonanzen in Richtung auf die Energien der ungestörten Konfigurationen verschoben werden und daß die Breiten abnehmen.

6.1.2 Spektren bei Mitnahme von Grundzustandskorrelationen

Wir stellen nun Ergebnisse von Rechnungen vor, bei denen Grundzustandskorrelationen im Targetkern berücksichtigt werden. Die Spektralfunktion $S_\nu^a(W)$ wird für Lochzustände ν aus dem Massenoperatorausdruck (3.46), für den Teilchenzustand $\nu = 1p_{1/2}(p)$ aus (3.25) berechnet. Die Wahl der Korrelationskoeffizienten f_i^ν ist in Kapitel 5 erläutert. Tabelle 5 enthält die zu $J^\pi = \frac{1}{2}^-$ gekoppelten Konfigurationen zusammen mit den Werten der zugehörigen Koeffizienten f_i^ν.

Für die Bindungsenergie W_A^o des Targetsystems haben wir wie im Fall fehlender Korrelationen den Hartree-Fock-Wert E_{HF} ge-

nommen. Bei Berücksichtigung von Korrelationen auch im Wert von W_A^o verschiebt sich das $p_{1/2}(p)$-Spektrum linear um $|\varepsilon_{HF} - W_A^o|$ zu höheren Separationsenergien. Die Rechnungen sind mit dem Potentialparametersatz A ausgeführt worden.

In Abb. 7 zeigen wir den im Kapitel 3.3 qualitativ diskutierten Effekt der Mitnahme von Grundzustandskorrelationen am Beispiel des $1s_{1/2}(p)$-Massenoperators im Separationsenergiebereich 10 - 32 MeV. Dargestellt ist der Verlauf der beiden Terme aus (3.46), sowie die Gerade $f_\nu(S) = -\varepsilon_\nu - S$. Die Schnittpunkte von $f_\nu(S)$ mit dem zweiten Term aus (3.46) ergeben die Lage und Stärke der gebundenen Zustände bei Rechnung ohne Grundzustandskorrelationen (Tabelle 3), der erste Term verschiebt die Zustände zu höheren Separationsenergien, und zwar um so mehr, je grösser die Stärke (bzw. je kleiner die Steigung $\frac{d}{dS} M_{\nu\nu}(S)$) bei der Rechnung ohne Grundzustandskorrelationen ist.

Der mit den Spektralfunktionen $S_\nu^a(W)$ mit $\nu = 1s_{1/2}(p)$, $1p_{3/2}(p)$ $1p_{1/2}(p)$ berechnete Wirkungsquerschnitt ist in Abb. 8 aufgetragen. Die Spektralfunktion mit $\nu = 1p_{1/2}(p)$ führt zu den drei Resonanzen bei S = 37.45, 45.40, 47.05 MeV; eliminiert man diese Resonanzen aus dem Spektrum, indem man den gestrichelten Linien in Abb. 8 folgt, so ist die Korrespondenz der übrigbleibenden Resonanzen zu den Strukturen im Spektrum ohne Grundzustandskorrelationen offensichtlich. Die Energien, Stärken und Breiten der Resonanzen von Abb.8 sowie der gebundenen Zustände sind in Tabelle 6 zusammengestellt

Experimentelle Informationen über das niederenergetische ^{11}B-Spektrum findet man in Tabelle 7. Der Grundzustands-Q-Wert beträgt -15.96 MeV[38], die spektroskopischen Faktoren stammen aus einer DWBA-Analyse von (d,^{3}He)-Daten[39]. Die Lage der gebundenen Zustände bei Mitnahme von Grundzustandskorrelationen stimmt mit dem experimentellen Spektrum deutlich besser überein als bei Vernachlässigung dieser Korrelationen. Darüber hinaus wird der Spektroskopische Faktor des ^{11}B-Grundzustands gut reproduziert. Dagegen erhält der niedrigste $1/2^+$-Zustand in unseren Rechnungen eine Stärke von 0.39, während er im (d,^{3}He)-Experiment nur zu einer schwach strukturierten, auf einen nicht-direkten Prozeß hinweisenden Winkelver-

teilung Anlaß gibt. Die experimentelle Stärke des $1/2^-$-Zustands von 0.39 kann in unserer Rechnung von vornherein nicht erreicht werden, da die gesamte $1p_{1/2}(p)$-Stärke, die wir Ref. 34 entnommen haben, nur 0.10 beträgt.

6.1.3 Besetzungswahrscheinlichkeiten, Ablösearbeiten und Verteilungsbreiten

Nachdem wir in den beiden vorangegangenen Abschnitten Ergebnisse zur Energieabhängigkeit der Schalenmodell-Spektralfunktionen gezeigt haben, wollen wir nun die aus diesen Spektren erhaltenen integralen Parameter, d.h. die Energiemomente bzw. die im Kapitel 4 eingeführten abgeleiteten Größen, vorlegen.

Wir betrachten zunächst die Spektren, die in der Näherung verschwindender Grundzustandskorrelationen berechnet worden sind. Hier ist die Bestimmung der integralen Größen ohne numerische Integration der Spektralfunktionen möglich. Die Fermikante ist scharf, und die mittlere Ablösearbeit $\bar{E}_\nu$ ist wegen (4.12) durch die entsprechende Einteilchenenergie gegeben. Zur Berechnung der Verteilungsbreite $\Gamma_\nu^\downarrow$ (4.19) sind lediglich einige Matrixelemente auszuwerten, allerdings unter Einschluß des Kontinuums (vgl. (III.2), (5.18)). Die Ergebnisse sind in den Spalten 1-3 von Tabelle 8 enthalten. Wir haben diese Zahlen auch durch numerische Integration der zugehörigen Spektralfunktionen reproduziert. Zur Unterstreichung des Einflusses des Kontinuums auf die Breite $\Gamma_\nu^\downarrow$ ist deren Wert ohne Berücksichtigung von Kontinuumskonfigurationen in Spalte 4 von Tab. 8 angegeben; er liegt bei 45% des vollen Werts.

Die weiteren Spalten von Tabelle 8 enthalten die entsprechenden Angaben für die Spektralfunktionen aus Abschnitt 6.1.2, in denen Targetkorrelationen berücksichtigt sind. In Spalte 5 - 7 findet man die Werte von n_ν, $\bar{E}_\nu$, $\Gamma_\nu^\downarrow$, die man durch numerische Integration der Spektralfunktion S_ν^α erhält. Während die Verschiebung der mittleren Ablösearbeit zu höheren Werten einige MeV beträgt, tritt praktisch keine Änderung der Verteilungsbreite ein. Zum Vergleich sind in den Spalten 8 - 11 die Ergebnisse der Störungsentwicklung (4.13) - (4.16) für die Besetzungswahrscheinlichkeiten

und Ablösearbeiten angegeben, mit und ohne Mitnahme von Kontinuumszuständen (vgl. (5.19) - (5.23), sowie in Spalte 12 und 13 die Angaben der Refs. 34 und 35 für die Besetzungswahrscheinlichkeiten.

Die Besetzungszahl des $1s_{1/2}(p)$-Zustands aus der Spektralfunktion und aus der Störungsentwicklung erscheint, gemessen an den Resultaten der RPA-Rechnungen, vernünftig. Dagegen erhalten wir aus der $1p_{3/2}(p)$-Spektralfunktion das unrealistische Ergebnis, daß die $1p_{3/2}(p)$-Schale stärker aufgefüllt ist als die $s_{1/2}(p)$-Schale; da die störungstheoretische Besetzungszahl mit den RPA-Rechnungen deutlich besser verträglich ist, ist es denkbar, daß die Vernachlässigung von Kontinuumsbeimischungen im Targetgrundzustand bei der Berechnung der $1p_{3/2}(p)$-Spektralfunktion eine Ursache für den großen Wert der Besetzungszahl ist. Der schlechten Übereinstimmung der $1p_{1/2}(p)$-Ablösearbeiten aus der Spektralfunktion und aus der Störungsentwicklung dürfte zugrunde liegen, daß in (4.16) nur Beiträge in nullter Ordnung der Wechselwirkung enthalten sind. Eine Berücksichtigung der Korrektor zur Bindungsenergie W_A^o in zweiter Ordnung in der Wechselwirkung (vgl. 4.22), wobei nur gebundene Teilchenzustände mitgenommen werden, erhöht den Wert von $\bar{E}_{1p_{1/2}(p)}$ um 3.19 MeV.

In Tabelle 9 sind die aus der Störungsentwicklung (4.15) berechneten, über die Energie integrierten Besetzungszahlen von Kontinuumszuständen (vgl. 5.26) den (diskreten) Besetzungszahlen der entsprechenden (gebundenen) Zustände der RPA-Rechnungen gegenübergestellt. Ein Vergleich läßt den Schluß zu, daß die Stärke der in unseren Rechnungen verwendeten Wechselwirkung zusammen mit der Wahl der Einteilchenenergien nicht unvernünftig ist. Ferner entnehmen wir Tabelle 9, daß die größte Besetzungszahl eines Kontinuumszustands, des $d_{5/2}(p)$-Zustands, nur ein viertel des Werts des $1p_{1/2}(p)$-Zustands beträgt; die Vernachlässigung von Kontinuumsbeimischungen im A-Teilchen-Grundzustand erscheint somit an dieser Stelle im nachhinein gerechtfertigt.

Bei der Bestimmung der Momente der Spektralfunktion ist es wesentlich, daß im Separationsenergiespektrum bis zu hinreichend

großen Energien integriert wird. In Abb. 9 sind n_ν, $\bar{E}_\nu$, $\Gamma_\nu^\downarrow$ bei Integration bis zu einer endlichen Energie über dieser Integrationsgrenze S^{max} aufgetragen; zugrunde liegen die CSM-Spektralfunktionen bei Vernachlässigung von Targetkorrelationen. Abb. 9 illustriert die Schwierigkeiten, die beim Umgang mit den integralen Eigenschaften der Spektralfunktion auftreten. Liegt etwa oberhalb von 80 MeV im Separationsenergiespektrum noch 1 (5) % der vollen $p_{3/2}(p)$ ($s_{1/2}(p)$)-Stärke, so beläuft sich der Beitrag zur Ablöseenergie noch auf 10%, der Beitrag zur Verteilungsbreite auf 30%.

In Tabelle 10 ist ein Vergleich mit Werten von $\bar{E}_\nu$ und $\Gamma_\nu^\downarrow$ aus den Liverpool-Experimenten[16] vorgenommen, wobei die experimentellen Daten aus Abb. 6 von Ref. 16 berechnet sind. Die entsprechend den experimentellen Werten von S^{max} verringerten theoretischen Breiten sind mit den gemessenen Breiten gut vergleichbar. Die theoretischen Ablöseenergien liegen bei zu kleinen Werten; sie weisen darauf hin, daß die Einteilchenzustände, besonders der $s_{1/2}(p)$-Zustand, als zu schwach gebunden gewählt worden sind. Wir bemerken, daß bei einer Verringerung der Einteilchenenergie $\varepsilon_{1s_{1/2}(p)}$ etwa um 15 MeV der tiefste gebundene $1/2^+$-Zustand, vgl. Tab. 6, ins Kontinuum verschoben werden würde. Man erhielte vermutlich eine Resonanz mit einer großen spektroskopischen $s_{1/2}(p)$-Stärke in der Nähe der experimentellen "s-Resonanz".

Zur Untersuchung des Einflusses der oberen Integrationsgrenze S^{max} auf Koltuns Summenregel (4.20) haben wir deren rechte Seite durch Integration der Spektralfunktionen mit Targetkorrelationen bis $S^{max} = \infty$ und bis $S^{max} = 74$ MeV, der oberen Energiegrenze der Saclay-Messung[8] berechnet. Zur Ermittlung der kinetischen Energie T_z der Protonen haben wir die Impulsraumwellenfunktionen durch Oszillatorfunktionen genähert und vom Virialsatz Gebrauch gemacht; die Oszillatorkonstante haben wir so gewählt, daß sie den Energieabstand des $1s_{1/2}(p)$- und des $1p_{3/2}(p)$-Niveaus wiedergibt. S^{max} geht in diesem Summanden in die Besetzungszahlen n_λ ein. Die Abhängigkeit von E_z aus (4.20) von S^{max} ist aber im wesentlichen durch den zweiten Summanden gegeben, der die Ablö-

searbeiten $\bar{E}_\lambda$ enthält (vgl. Abb. 9). Dieser läßt sich direkt aus den Spektralfunktionen, bzw. Tab. 8 und Abb. 9, bestimmen. Das Ergebnis ist in Tabelle 11 angegeben, zusammen mit den auf Rückstoß korrigierten[8)] Werten, sowie der aus Massenformeln abgeleiteten Protonenbindungsenergie und dem aus der gemessenen Spektralfunktion gewonnenen Wert[8)]. Die Abweichung der aus der vollen CSM-Spektralfunktion integrierten Bindungsenergie -5.6 MeV vom experimentellen Wert -6.9 MeV könnte teilweise auf die ungenaue Abschätzung der kinetischen Energie zurückzuführen sein, wie auch auf die Vernachlässigung von Kontinuumsbeimischungen im Grundzustand des A-Teilchen-Systems. Die Abweichung der bis 74 MeV integrierten Bindungsenergie vom vollen Wert um etwa 2 MeV ist von dieser Unsicherheit jedoch nahezu unabhängig und bestätigt die in Ref. 8 vermutete Ursache für die gemessene Verletzung der Summenregel.

Bei der Berechnung der Bindungsenergie des Targetkerns nach (4.22) erhalten wir den "Hartree-Fock-Wert" -72.2 MeV, bei Berücksichtigung des Beitrags zweiter Ordnung in der Wechselwirkung mit (ohne) Einschluß von Kontinuumsbeimischungen im Target den Wert -104.8 MeV (-75.4 MeV). Auffällig ist die starke Absenkung durch Mitnahme von Kontinuumszuständen in (4.22). Die experimentelle Bindungsenergie beträgt -92.2 MeV[38)].

6.2 Die Reaktion $^{16}O(p,2p)$

Nachdem im Abschnitt 6.1 die Rechnungen für den Fall der $^{12}C(p,2p)$-Spektren detailliert besprochen worden sind, geben wir hier einen Überblick über die numerischen Resultate, die wir für die Reaktion $^{16}O(p,2p)$ erhalten haben. Bei Nichtbeachtung von Targetkorrelationen wird der Wirkungsquerschnitt aus den Spektralfunktionen $S_\nu^\alpha(W)$ mit $\nu = 1s_{1/2}(p), 1p_{3/2}(p), 1p_{1/2}(p)$ berechnet. An die 1h-Zustände koppeln 18 gebundene (51 ungebundene) $1/2^+$-, 18 (80) $3/2^-$- und 12 (51) $1/2^-$-Zustände mit 1p-2h-Konfiguration an; die gebundenen Zustände ohne Berücksichtigung der Drehimpulskopplung sind in Tabelle 6 und 7 von Ref. 4 angegeben.

Abb. 10 zeigt den (p,2p)-Wirkungsquerschnitt, der sich aus den Schalenmodell-Spektralfunktionen unter Vernachlässigung von

Targetkorrelationen ergibt. Wie in den ^{12}C-Spektren treten auch hier in der Nähe der Schwelle scharfe Resonanzen auf, während das Spektrum mit wachsender Separationsenergie zunehmend ausgewaschen wird; die Vielzahl schmaler Resonanzen auch bei höheren Separationsenergien, die den störungstheoretisch berechneten Wirkungsquerschnitt[4] prägen, erscheinen im CSM-Spektrum nicht. Aus Tabelle 12 sind Spin, Parität und Stärke der wichtigsten Resonanzen, wie auch der gebundenen Zustände abzulesen. Im nahezu strukturlosen Gebiet zwischen 39 MeV und 60 MeV finden wir $s_{1/2}(p)$-, $p_{3/2}(p)$- und $p_{1/2}(p)$-Stärke im Verhältnis 9:7:5.

In Tabelle 13 vergleichen wir die drei tiefsten gebundenen Zustände des ^{15}N aus der Rechnung im CSM unter Einschluß von Targetkorrelationen mit dem entsprechenden experimentellen Spektrum; der Grundzustands-Q-Wert beträgt -12.13 MeV[38], die experimentellen spektroskopischen Faktoren sind einer DWBA-Analyse von $(d,^3He)$-Messungen [40] entnommen. Die Energien der berechneten gebundenen Zustände sind gegenüber dem experimentellen Niveauschema um 2 - 4 MeV verschoben. Die errechneten spektroskopischen Stärken erscheinen plausibel.

In Tab. 14 sind die integralen Eigenschaften der Spektren zusammengefaßt. Die Werte der Verteilungsbreiten $\Gamma^{\downarrow}$ liegen bei 20MeV und sind so den Breiten in der ^{12}C-Rechnung vergleichbar. Die Besetzungswahrscheinlichkeiten der Einteilchenzustände bei Mitnahme von Targetkorrelationen, mit Koltuns Störungsentwicklung abgeschätzt, weisen im Vergleich mit den Ergebnissen von RPA-Rechnungen[35] auf eine zu starke Wechselwirkung in unserem Modell hin. Die Ablösearbeiten werden durch die Targetkorrelationen jeweils um etwa 5 MeV zu höheren Separationsenergien verschoben. Als Anhaltspunkt für experimentelle Ablösearbeiten haben wir in Tab. 14 auch die Lage der Maxima der Resonanzen aus (p,2p)-Spektren[7] aufgeführt. Wegen des Gewichts der nicht gemessenen hochenergetischen Schwänze sollten diese Werte eine untere Schranke für die theoretischen Ablöseenergien bilden. Daß die gerechnete $s_{1/2}(p)$-Ablöseenergie etwa 9 MeV unterhalb dieser Schranke liegt, läßt wie im Fall des ^{12}C auf eine unrealistische Wahl der entsprechenden Ein-

teilchenenergie schließen. Die Ablösearbeiten für Teilchenzustände in Tab. 14 haben wir in Klammern gesetzt, da sie in nullter Ordnung in der Wechselwirkung berechnet sind und daher nur eine rohe Annäherung an die Werte bilden, die man aus der Integration der Spektralfunktion erhält.

Die ^{16}O-Bindungsenergie ergibt sich nach (4.22) bei Mitnahme von Kontinuumszuständen im Term zweiter Ordnung in der Wechselwirkung zu -71.3 MeV. Bei unveränderten Einteilchenenergien wird der experimentelle Wert von -127.6 MeV erreicht, wenn man die Wechselwirkung mit dem Faktor 0.73 renormiert. Der Beitrag von Kontinuumszuständen zur Bindungsenergie beträgt -42.2 MeV.

7. Zusammenfassende Diskussion

Wir haben in der vorliegenden Arbeit den Einfluß von Restwechselwirkung und Teilchenkontinuum auf die Struktur und auf integrale Eigenschaften der Spektralfunktion bzw. des (p,2p)-Wirkungsquerschnitts im Rahmen des Kontinuum-Schalenmodells untersucht. Wie bei den Ergebnissen, die man aus Rechnungen unter Verwendung eines störungstheoretischen Massenoperators erhält, ist auch hier die Einteilchenstärke über viele gebundene Zustände und Resonanzen verteilt. Im Gegensatz zum Verlauf störungstheoretischer Spektren werden die Resonanzen jedoch mit wachsender Separationsenergie zunehmend breiter, im Vergleich zu jenen treten ferner Verschiebungen der Resonanzen um mehrere MeV auf. Strukturen von der Art, wie sie in den berechneten Spektren erscheinen, konnten bisher schon wegen der mangelnden Energieauflösung und Zählstatistik in quasifreier Streuung experimentell nicht beobachtet werden, wohl aber kürzlich in Pick-up-Reaktionen.

Obwohl wir die erhaltenen Resultate stets mit Meßergebnissen verglichen haben, betrachten wir unsere Rechnungen nicht als realistisch in dem Sinne, daß wir eine quantitative Wiedergabe von Lage, Stärke und Breite der "wahren" Resonanzen erwarten. Dafür gibt es zwei Gründe. Zunächst haben wir keinen Versuch unternommen, die Parameter, die in unser Modell eingehen, so festzulegen, daß ein bestimmter Satz von experimentellen Daten reproduziert wird. Für einen sochen Fit bietet sich das gebundene Spektrum des Lochkerns an. Die aus der Spektralfunktion bestimmten integralen Größen können mit Messungen erst nach Berücksichtigung der experimentellen Integrationsgrenze verglichen werden, da die im vollen Energiebereich berechneten Momente der Spektralfunktion, wie unsere Rechnungen bestätigen, wichtige Beiträge von den nicht ausgemessenen hochenergetischen Schwänzen enthalten. Eine iterative Parameterbestimmung könnte sogar zu Änderungen auch des qualitativen Verlaufs der Spektren führen, wenn sich eine Variation der Parameter um große Beträge als notwendig erweist, wie im Fall der $1s_{1/2}(p)$-Spektralfunktionen der Kerne ^{12}C und ^{16}O; dort legen es

die Ergebnisse für die gebundenen $\frac{1}{2}^+$-Zustände und für die Ablösearbeiten nahe, in einem zweiten Schritt der Iteration die Einteilchenenergien von $1s_{1/2}$-Zuständen jeweils um etwa 10 MeV abzusenken. Der dann ins Kontinuum verschobene tiefste Zustand führte vermutlich zu einer im kontinuierlichen Spektrum dominierenden Resonanz mit großer Stärke.

Die zweite Ursache für eine skeptische Beurteilung von Details unserer Ergebnisse liegt in den Beschränkungen des Modells selbst. Wenn auch eine Mitnahme von Targetkorrelationen in einem hier entwickelten einfachen Modell ohne Erweiterung des Konfigurationsraums von 1h- und 1p-2h-Zuständen möglich ist, so bleibt doch offen, inwieweit eine konsequente Schalenmodellbehandlung von Grundzustandskorrelationen unter Einschluß mindestens von 2p-3h-Konfigurationen die Lage und Stärke sogar der niedrigsten gebundenen Zustände beeinflußt. Aus unseren Rechnungen wissen wir, daß das Spektrum in diesem Energiebereich auf Änderungen des Massenoperators besonders empfindlich reagiert. Wie man Tabelle 15 entnimmt, beginnt das Spektrum gebundener 2p-3h-Basiszustände im ^{12}C nur etwa 14 MeV oberhalb des tiefsten 1p-2h-Zustands (Satz A), für $3/2^-$- und $1/2^-$-Zustände im ^{16}O aufgrund von Auswahlregeln sogar 9 MeV unterhalb des tiefsten 1p-2h-Zustands. Noch schwieriger ist freilich der Einfluß höherer Konfigurationen auf den hochenergetischen Teil der Spektren abzuschätzen. Als erstes sollte man dazu die Momente der Spektralfunktionen in höherer als zweiter Ordnung störungstheoretisch berechnen, um die Wirkung höherer Konfigurationen zunächst auf integrale Eigenschaften der Spektren studieren zu können.

Eine weitere Beschränkung unseres Modells betrifft die Vernachlässigung von Kontinuums-Kontinuums-Korrelationen. Berechnungen gebundener Zustände im Kontinuum-Schalenmodell[42] zeigen, daß die direkte Wechselwirkung zwischen ungebundenen Konfigurationen besonders dann zu Verschiebungen im Spektrum führen, wenn scharfe Einteilchenresonanzen bei niedriger Energie vorliegen, wie es bei den von uns verwendeten Einteilchenpotentialen (vgl. Tabelle 1) der Fall ist.

Ferner taucht bei Mitnahme von höheren als 1p-2h-Konfigurationen das Problem der Behandlung von mehr als einem Teilchen im Kontinuum auf. Eine Berücksichtigung etwa von α-Zerfallskanälen im Kontinuum-Schalenmodell - die Schwelle für α-Emission liegt im ^{11}B 2.6 MeV unter der für die Emission eines Nukleons - erfordert die Ankopplung von mindestens 4p-5h-Konfigurationen mit vier Teilchen in Kontinuumszuständen. Wir bemerken hier, daß die Einführung von α-Kanälen auch weit oberhalb der entsprechenden Schwellen nicht zu einer Zerstörung von feinen Resonanzstrukturen führen muß; im ^{12}C sind schmale Resonanzen bis zur Anregungsenergie von 22.5 MeV, also etwa 15 MeV oberhalb der α-Schwelle, beobachtet worden[43].

Verbesserte Rechnungen in unserem Modell mit realistischeren, in ein oder zwei Iterationsschritten festgelegten Parametern des Einteilchenpotentials und der Wechselwirkung würden eine wünschenswerte Ergänzung zu den in dieser Arbeit vorgelegten Ergebnissen darstellen. Anstelle einer Erweiterung der mikroskopischen Rechnungen mit dem Ziel, hier nicht berücksichtigte Effekte zu studieren, erscheint jedoch eine phänomenologische Behandlung dieser Effekte geboten.

Anhang I

Der vollständige Ausdruck für den PWIA-Wirkungsquerschnitt

Wir berechnen den PWIA-Wirkungsquerschnitt entsprechend dem Vorgehen in den Refs. 3 und 4. Es ist

$$\frac{d^6\sigma}{dE_0' d\Omega_0' dE_1' d\Omega_1'} = F_{kin} \frac{d\sigma^{fr}}{d\Omega} S^a(\vec{p}_1; W) \quad . \tag{I.1}$$

Der kinematische Faktor F_{kin} ist bei symmetrischer koplanarer Geometrie gegeben durch

$$F_{kin} = \frac{1}{\pi^3} \frac{1}{(\hbar c)^2} \frac{p'^2}{\hbar p_0} \frac{c^2 p'^2 \sin^2\theta' + m^2c^4}{\left[c^2(2p' \cos\theta' - p_0)^2 + m^2c^4\right]^{1/2}} \quad . \tag{I.2}$$

Der freie (p,p)-Streuquerschnitt wird parametrisiert durch

$$\frac{d\sigma^{fr}}{d\Omega} = 1.9 + \frac{230}{T_0} + \frac{4850}{T_0^2} + \frac{(T_0-30)(T_0-65)(T_0-140)}{70000 + 0.4\, T_0^3} \quad \frac{mb}{sr} \tag{I.3}$$

wobei T_0 die kinetische Energie (in MeV) des einlaufenden Protons im Laborsystem ist.

Die Spektralfunktion in Impulsraumdarstellung wird durch die Schalenmodellspektralfunktion ausgedrückt:

$$S^a(\vec{p}_1; W) = \pi^2 \sum\!\!\!\!\!\!\int_{n(\varepsilon)\, n'(\varepsilon')} \sum_{\ell_j} (2j+1)\, \tilde{R}_{n(\varepsilon)\ell_j}(k_1)\, \tilde{R}_{n'(\varepsilon')\ell_j}(k_1)\, S^a(n(\varepsilon), n'(\varepsilon'), \ell_j; W) \tag{I.4}$$

$$p_1 = \hbar k_1$$

Dabei ist die übliche Klassifizierung von Schalenmodellzuständen $|\nu\rangle$ nach $\{n_\nu(\varepsilon), \ell_\nu, j_\nu, m_{j\nu}, m_{t\nu}\}$ vorausgesetzt. Die Form der Schalenmodellspektralfunktion in (I.4) bringt zum Ausdruck, daß sie diagonal in l, j, m_j und unabhängig von m_j ist:

$$S^a(n(\varepsilon)\ell j m_j, n'(\varepsilon')\ell' j' m_j'; W) = \delta_{\ell\ell'}\delta_{jj'}\delta_{m_j m_j'}\, S^a(n(\varepsilon), n'(\varepsilon'), \ell_j; W) \quad . \tag{I.5}$$

Die Größe $\tilde{R}_{n(\varepsilon)\ell j}(k)$ in (I.4) ist die Fourier-Bessel-Transformierte der radialen Wellenfunktion $R_{n(\varepsilon)\ell j}(r)$:

$$\tilde{R}_{n(\varepsilon)\ell j}(k) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty dr\ r^2\, j_\ell(kr)\ R_{n(\varepsilon)\ell j}(r)\ . \qquad \text{(I.6)}$$

Anhang II

Drehimpulsgekoppelte Basis und Matrixelemente

Wenn $|\nu\rangle$ ein Einteilchenzustand mit den Drehimpuls- und Isospinquantenzahlen $\{ j_\nu \; m_{j\nu} \; \frac{1}{2} \; m_{t\nu} \}$ ist, so wollen wir unter dem konjugierten Zustand $|\bar{\nu}\rangle$ den Zustand mit $\{ j_\nu \; -m_{j\nu} \; \frac{1}{2} \; -m_{t\nu} \}$, aber sonst gleichen Quantenzahlen, verstehen. Der Locherzeugungsoperator

$$b_\nu^+ := (-)^{j_\nu + m_{j\nu} + \frac{1}{2} + m_{t\nu}} \; a_{\bar{\nu}} \tag{II.1}$$

ist so definiert[41], daß er die Standardphasenkonventionen für einen Operator mit den Quantenzahlen des Zustands $|\nu\rangle$ erfüllt. Bei der Drehimpulskopplung von 1p-2h-Zuständen koppeln wir zunächst die Locherzeugungsoperatoren aneinander und dann den Teilchenerzeugungsoperator; die A-Teilchen Grundzustände der Kerne mit abgeschlossenen Schalen haben Drehimpuls Null.

Die Basis besteht also aus Zuständen

$$|\Phi_\nu\rangle = b_{\bar{\nu}}^+ |0\rangle = (-)^{j_\nu - m_{j\nu} + \frac{1}{2} - m_{t\nu}} \; a_\nu |0\rangle \tag{II.2a}$$

$$|\Phi_i\rangle = \left[(b_\nu^+ b_{\bar{\mu}}^+)_{J_{\nu\mu}}, a_\lambda^+ \right]_{JM} |0\rangle = N_i \sum_{\substack{m_{j\nu} m_{j\mu} \\ m_{\nu\mu} m_{j\lambda}}} (-)^{j_\nu + j_\mu - m_{j\nu} - m_{j\mu} - m_{t\nu} - m_{t\mu}} \begin{pmatrix} j_\nu & j_\mu \\ -m_{j\nu} & -m_{j\mu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_{\nu\mu} \\ m_{\nu\mu} \end{pmatrix} \cdot \tag{II.2b}$$
$$\cdot \begin{pmatrix} J_{\nu\mu} & j_\lambda \\ m_{\nu\mu} & m_{j\lambda} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J \\ M \end{pmatrix} a_\lambda^+ a_\mu a_\nu |0\rangle$$

Dabei ist $\begin{pmatrix} J_\alpha & J_\beta \\ m_{j\alpha} & m_{j\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_\gamma \\ m_{j\gamma} \end{pmatrix}$ ein Clebsch-Gordan-Koeffizient, und

$$N_i = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{für } |\nu\rangle = |\mu\rangle \\ 1 & \text{sonst} \end{cases} \tag{II.3}$$

Zustände mit $|\nu\rangle = |\mu\rangle$ und ungeraden $J_{\nu\mu}$ treten wegen des Pauliprinzips in der Basis nicht auf. Die so definierte Basis ist orthonormal. ($|\nu\rangle = |\mu\rangle$ bedeutet hier $n_\nu = n_\mu$, $\ell_\nu = \ell_\mu$, $j_\nu = j_\mu$, $m_{t_\nu} = m_{t_\mu}$.)

Die Vielkörpermatrixelemente der Restwechselwirkung V_R drücken wir jetzt in drehimpulsgekoppelte Zweikörpermatrixelemente der vol-

len Wechselwirkung aus. Wir vereinbaren

$$V^{J}_{\alpha\beta\gamma\delta} := \langle (\alpha\beta)\, J \,|V|\, (\gamma\delta)\, J\rangle - (-)^{j_\gamma + j_\delta - J} \langle (\alpha\beta)\, J \,|V|\, (\delta\gamma)\, J\rangle \tag{II.4}$$

$$\hat{J} := 2J+1 \tag{II.5}$$

und erhalten mit der Basis (II.2) und dem Ergebnis (5.3)

$$(V_R)_{i\nu'} = \delta_{J j_{\nu'}} \delta_{M - m_{j_\nu}} (-)^{m_{t_\lambda} - \frac{1}{2}} \hat{J}_{\nu\mu}^{1/2} \hat{j}_\nu^{-1/2} V^{J_{\nu\mu}}_{\nu\mu\lambda\nu'} \cdot N_i \tag{II.6}$$

$$\begin{aligned}
(V_R)_{ij} = {} & \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{J_{\nu\mu} J_{\nu'\mu'}} V^{J_{\nu\mu}}_{\nu'\mu'\nu\mu} N_i N_j \\
& - (-)^{m_{t_\lambda} - m_{t_{\lambda'}}} \delta_{\nu\nu'} \sum_{\tilde{J}} \hat{J}_{\nu\mu}^{1/2} \hat{J}_{\nu'\mu'}^{1/2} \hat{\tilde{J}} \begin{Bmatrix} j_\nu & j_{\mu'} & J_{\nu'\mu'} \\ j_\mu & \tilde{J} & j_{\lambda'} \\ J_{\nu\mu} & j_\lambda & J \end{Bmatrix} V^{\tilde{J}}_{\lambda\mu'\lambda'\mu} N_i N_j \\
& - (-)^{j_\nu + j_{\nu'} - J_{\nu\mu} - J_{\nu'\mu'} + m_{t_\lambda} + m_{t_{\lambda'}}} \delta_{\mu\mu'} \sum_{\tilde{J}} \hat{J}_{\nu\mu}^{1/2} \hat{J}_{\nu'\mu'}^{1/2} \hat{\tilde{J}} \begin{Bmatrix} j_\mu & j_{\nu'} & J_{\nu'\mu'} \\ j_\nu & \tilde{J} & j_{\lambda'} \\ J_{\nu\mu} & j_\lambda & J \end{Bmatrix} V^{\tilde{J}}_{\lambda\nu'\lambda'\nu} N_i N_j \\
& - (-)^{j_\nu + j_\mu - J_{\nu\mu} + m_{t_\lambda} + m_{t_{\lambda'}}} \delta_{\mu\nu'} \sum_{\tilde{J}} \hat{J}_{\nu\mu}^{1/2} \hat{J}_{\nu'\mu'}^{1/2} \hat{\tilde{J}} \begin{Bmatrix} j_\mu & j_{\mu'} & J_{\nu'\mu'} \\ j_\nu & \tilde{J} & j_{\lambda'} \\ J_{\nu\mu} & j_\lambda & J \end{Bmatrix} V^{\tilde{J}}_{\lambda\mu'\lambda'\nu} N_i N_j \\
& - (-)^{j_{\nu'} + j_\mu - J_{\nu'\mu'} + m_{t_\lambda} + m_{t_{\lambda'}}} \delta_{\nu\mu'} \sum_{\tilde{J}} \hat{J}_{\nu\mu}^{1/2} \hat{J}_{\nu'\mu'}^{1/2} \hat{\tilde{J}} \begin{Bmatrix} j_\nu & j_{\nu'} & J_{\nu'\mu'} \\ j_\mu & \tilde{J} & j_{\lambda'} \\ J_{\nu\mu} & j_\lambda & J \end{Bmatrix} V^{\tilde{J}}_{\lambda\nu'\lambda'\mu} N_i N_j .
\end{aligned} \tag{II.7}$$

Der ausschließlich für i = j auftretende Term in (5.3c)

$$-\delta_{ij} \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} \bar{V}_{\alpha\beta\alpha\beta}$$

ist in (II.7) weggelassen worden, da er stets zusammen mit dem entsprechenden Term des Energieeigenwerts (5.2b) aus der Rechnung herausfällt.

Die in (II.4) auftretenden Zweikörpermatrixelemente sind bei Verwendung der spinabhängigen Wechselwirkung (5.5) gegeben durch

(vgl. Ref. 4)

$$\langle(\alpha\beta)\,J\,|\,V|\,(\gamma\delta)\,J\rangle = -V_\delta\,F_0\,\frac{(\hat{j}_\alpha\hat{j}_\beta\hat{j}_\gamma\hat{j}_\delta)^{1/2}}{2\hat{J}}\begin{pmatrix} j_\alpha & j_\beta \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} J \\ 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} j_\gamma & j_\delta \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} J \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\cdot\Big\{\tfrac{1}{2}\left(1+(-)^{\ell_\alpha+\ell_\beta+\ell_\gamma+\ell_\delta}\right)\Big[(-)^{\ell_\alpha+\ell_\gamma+j_\alpha+j_\gamma+1}$$

$$+\frac{1-\delta_{J0}}{4J(J+1)}\left(\hat{j}_\alpha+(-)^{j_\alpha+j_\beta+J}\hat{j}_\beta\right)\left(\hat{j}_\gamma+(-)^{j_\gamma+j_\delta+J}\hat{j}_\delta\right)\Big] \qquad \text{(II.8)}$$

$$-(1-p)(-)^{\ell_\alpha+j_\alpha+\ell_\gamma+j_\gamma+1}\,\tfrac{1}{2}\left(1+(-)^{\ell_\alpha+\ell_\beta+J}\right)\tfrac{1}{2}\left(1+(-)^{\ell_\gamma+\ell_\delta+J}\right)\Big\}$$

mit

$$F_0 = \frac{1}{4\pi}\int_0^\infty dr\; r^2\; R_\alpha(r)\,R_\beta(r)\,R_\gamma(r)\,R_\delta(r)\quad . \qquad \text{(II.9)}$$

Für die Ausrechnung der F-Matrix (3.23) vereinbaren wir

$$|\,\Phi_{c'\varepsilon'}\rangle = \left[\left(b^+_{\nu'},\,b^+_{\mu'}\right)_{J_{\nu'\mu'}},\;a^+_{c'\varepsilon}\right]_{JM}|0\rangle\quad , \qquad \text{(II.10)}$$

so daß wir erhalten

$$F_{ij}\,(W_A^0-W) = \sum_{c'}\int_0^\infty d\varepsilon\;\frac{V_{i\,c'\varepsilon'}\;V_{c'\varepsilon'\,j}}{W_A^0-E_{HF}-W+i\eta+\varepsilon_{\nu'}+\varepsilon_{\mu'}-\varepsilon}\quad . \qquad \text{(II.11)}$$

Wir setzen nun $W_A^0 = E_{HF}$. Falls die Differenz $W_A^0 - E_{HF}$ nicht verschwindet, so bewirkt sie nur eine Verschiebung der Energieskala an den Spektren. Der Zähler eines jeden Summanden von (II.11) ist im allgemeinen eine Summe von Termen, die Produkte aus Phasen- und Spinfaktoren aus (II.6), (II.7), dem Spinwinkelanteil des Matrixelements (II.8) und zwei Radialintegralen (II.9) darstellen. In beiden Radialintegralen tritt neben gebundenen Wellenfunktionen die zum Index c' gehörige Kontinuums-Radialfunktion $R_{c'\varepsilon}(r)$ auf; die Energieintegration in (II.11) führt auf den Integralausdruck

J_γ (5.14):

$$\int_0^\infty d\varepsilon \left[\varepsilon_{\nu'} + \varepsilon_{\mu'} - W + i\eta - \varepsilon \right]^{-1} \int_0^\infty dr\, r^2 R_{\alpha_1}(r) R_{\alpha_2}(r) R_{\alpha_3}(r) R_{c'\varepsilon}(r) \int_0^\infty dr'\, r'^2 R_{\beta_1}(r') R_{\beta_2}(r') R_{\beta_3}(r') R_{c'\varepsilon}(r')$$

$$= \int_0^\infty dr\, r^2 \int_0^\infty dr'\, r'^2 \; J_{c'}(\varepsilon_{\nu'} + \varepsilon_{\mu'} - W; r, r') R_{\alpha_1}(r) R_{\alpha_2}(r) R_{\alpha_3}(r) R_{\beta_1}(r') R_{\beta_2}(r') R_{\beta_3}(r') \,. \qquad \text{(II.12)}$$

$\{\alpha_i, \beta_i\}$, $i = 1, 2, 3$ sind die Indizes gebundener Wellenfunktionen, die sich aus den Zuständen $|\Phi_i\rangle, |\Phi_j\rangle$ und $|\Phi_{c'\varepsilon}\rangle$ mit (II.6) und (II.7) ergeben. Die in (II.9) und (II.12) auftretenden ein- und zweidimensionalen Radialintegrale werden in einem Gauß-Legendre-Integrationsverfahren mit 40 Stützstellen pro Dimension ausgerechnet.

Anhang III

A. Massenoperator $M^{A+1,PT}(W)$

Für den störungstheoretischen Massenoperatorterm $M^{A+1,PT}(W)$ aus (3.46) erhält man durch Umkopplung und Ausführung der Summation über magnetische Quantenzahlen:

$$M_{\nu\nu}^{A+1,PT} = \frac{1}{2} \sum_{\substack{\bar{\alpha}(\varepsilon),\,\bar{\beta}(\varepsilon),\\ \delta,\,J}}{}' \frac{2J+1}{2j_\nu+1} \frac{(V^J_{\alpha\beta\nu\delta})^2}{W+\varepsilon_\delta-\varepsilon_\alpha-\varepsilon_\beta+i\eta} \qquad \text{(III.1)}$$

mit dem drehimpulsgekoppelten Matrixelement $V^J_{\alpha\beta\nu\delta}$ aus (II.4). Der Strich am Summenzeichen erinnert daran, daß die Summation sich nur noch auf die Quantenzahlen $\{n_\lambda(\varepsilon), j_\lambda, \ell_\lambda, m_{t_\lambda}\}$, $\lambda = \alpha,\beta,\delta$ erstreckt. Die Energieintegration wird nach dem im Kapitel 5 erläuterten Verfahren ausgeführt, etwa für einen Kontinuumszustand mit Index α durch Auswertung von $J_\alpha(W+\varepsilon_\delta-\varepsilon_\beta\,;\,r,r')$, vgl. (5.14).

B. Verteilungsbreite $\Gamma_\nu^\downarrow$

Wir erhalten für die Verteilungsbreite (5.16), wenn wir die drehimpulsgekoppelten Matrixelemente (II.4) einführen und über magnetische Quantenzahlen summieren:

$$\Gamma_\nu^{\downarrow 2} = \sum_{\substack{\nu'\mu'\lambda'\\ J}}{}' \frac{2J+1}{2j_\nu+1} (V^J_{\nu'\mu'\lambda'\nu})^2 \,. \qquad \text{(III.2)}$$

Tabelle 1a: Einteilchenenergien und Potentialparameter für ^{12}C

Protonen

n l j	ε_{nlj} (MeV)		V_o (MeV)		V_{so} (MeV)	
	A	B	A	B	A	B
$d^C_{3/2}$	6.28		55.40		4.40	
$d^C_{5/2}$	1.62		55.40		4.40	
$s^C_{1/2}$	0.42		58.00		-	
$1p_{1/2}$	-1.94		54.12	51.63	18.85	15.78
$1p_{3/2}$	-15.97	-13.61	54.12	51.63	18.85	15.78
$1s_{1/2}$	-30.86		58.00		-	

Neutronen

n l j	ε_{nlj} (MeV)		V_o (MeV)		V_{so} (MeV)	
	A	B	A	B	A	B
$d^C_{3/2}$	3.39		55.95		4.60	
$1d_{5/2}$	-1.09		55.95		4.60	
$2s_{1/2}$	-1.97		59.13		-	
$1p_{1/2}$	-4.95		54.07	48.90	18.31	11.96
$1p_{3/2}$	-18.72	-13.82	54.07	48.90	18.31	11.96
$1s_{1/2}$	-35.10		59.13		-	

Tabelle 1b: Einteilchenenergien und Potentialparameter für ^{16}O

Protonen

n l j	ε_{nlj} (MeV)	V_o (MeV)	V_{so} (MeV)
$d^C_{3/2}$	4.27	51.21	5.24
$2s_{1/2}$	-0.22	53.41	-
$1d_{5/2}$	-0.61	51.21	5.24
$1p_{1/2}$	-11.17	54.76	9.88
$1p_{3/2}$	-17.49	54.76	9.88
$1s_{1/2}$	-29.45	53.41	-

Neutronen

n l j	ε_{nlj} (MeV)	V_o (MeV)	V_{so} (MeV)
$d^C_{3/2}$	0.94	51.73	5.24
$2s_{1/2}$	-3.30	53.90	-
$1d_{5/2}$	-4.15	51.73	5.24
$1p_{1/2}$	-11.80	50.05	9.63
$1p_{3/2}$	-17.96	50.05	9.63
$1s_{1/2}$	-34.09	53.90	-

Für alle Partialwellen ist a = 0.53 f und r_o = 1.25 f.

Tabelle 2a: Gebundene 1p-2h-Konfigurationen, die an den $1s_{1/2}(p)$-Lochzustand im ^{12}C ankoppeln

Nr.	ν	μ	$J_{\nu\mu}$	λ	S [MeV]
1	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	0	$2s_{1/2}(n)$	32.73
2	$2p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	1	$2s_{1/2}(n)$	32.73
3	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	2	$1d_{5/2}(n)$	33.60
4	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	3	$1d_{5/2}(n)$	33.60
5	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	1	$1p_{1/2}(n)$	44.63
6	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(p)$	1	$1p_{1/2}(p)$	44.87
7	$1s_{1/2}(n)$	$1p_{3/2}(p)$	1	$1p_{1/2}(n)$	46.12
8	$1s_{1/2}(p)$	$1s_{1/2}(n)$	0	$2s_{1/2}(n)$	63.99
9	$1s_{1/2}(p)$	$1s_{1/2}(n)$	1	$2s_{1/2}(n)$	63.99

Tabelle 2b: Gebundene 1p-2h-Konfigurationen, die an den $1p_{3/2}(p)$-Lochzustand im ^{12}C ankoppeln

Nr.	ν	μ	$J_{\nu\mu}$	λ	S [MeV]
1	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	1	$1p_{1/2}(n)$	29.74
2	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	2	$1p_{1/2}(n)$	29.74
3	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(p)$	2	$1p_{1/2}(p)$	29.99
4	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	1	$2s_{1/2}(n)$	47.61
5	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	2	$2s_{1/2}(n)$	47.61
6	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	1	$1d_{5/2}(n)$	48.49
7	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	2	$1d_{5/2}(n)$	48.49
8	$1s_{1/2}(n)$	$1p_{3/2}(p)$	1	$2s_{1/2}(n)$	49.10
9	$1s_{1/2}(n)$	$1p_{3/2}(p)$	2	$2s_{1/2}(n)$	49.10
10	$1s_{1/2}(n)$	$1p_{3/2}(p)$	1	$1d_{5/2}(n)$	49.98
11	$1s_{1/2}(n)$	$1p_{3/2}(p)$	2	$1d_{5/2}(n)$	49.98
12	$1s_{1/2}(p)$	$1s_{1/2}(n)$	1	$1p_{1/2}(n)$	61.00

Das Kopplungsschema ist im Anhang II erklärt. Die Energien S sind aus den Einteilchenenergien des Satzes A von Tabelle 1 berechnet.

Tabelle 3: Lage, Breite und Stärke von Resonanzen in den für ^{12}C (Satz A) unter Vernachlässigung von Targetkorrelationen berechneten Schalenmodell-Spektralfunktionen.

J^π	S [MeV]	Γ [MeV]	$\hat{S}_\nu^i$
$3/2^-$	10.57	-	0.86
$1/2^+$	17.95	-	0.58
$3/2^-$	26.17	-	0.06
$1/2^+$	31.68	-	0.17
$1/2^+$	32.4	0.10	0.003
$1/2^+$	34.1	0.07	0.006
$1/2^+$	35.5	0.42	0.005
$3/2^-$	35.8	0.43	0.002
$3/2^-$	39.4	0.50	0.017
$1/2^+$	41.5	0.65	0.034
$1/2^+$	52.6	1.15	0.038

Tabelle 4a: Lage, Stärke und Hauptkomponenten von Zuständen im Diagonalisierungsverfahren für die CSM-Spektralfunktionen des ^{12}C (Satz A).

J^π	S [MeV]	$\hat{S}_\nu^i$ [MeV]	Nr. der Komponente	$-d_i'$
$1/2^+$	17.95	0.58	ν;4	1.13
$1/2^+$	27.42	0.003	2;1,4	1.09
$1/2^+$	29.29	0.003	1;2	1.08
$1/2^+$	31.67	0.163	4,ν;1,3	1.6
$1/2^+$	32.43	0.003	1;2	19.0
$1/2^+$	34.13	0.007	4,3	1.87
$1/2^+$	35.55	0.006	3	1.67
$1/2^+$	41.65	0.037	6;7	1.03
$1/2^+$	45.81	0.001	5;7	1.15
$1/2^+$	52.66	0.034	9;8,7	1.16
$1/2^+$	59.55	0.002	8;9	1.31
$3/2^-$	10.57	0.86	ν;1	1.05
$3/2^-$	26.17	0.06	1;3,ν,2	1.07
$3/2^-$	35.84	0.002	9;8,5	1.28
$3/2^-$	39.43	0.019	7;11,6	1.28
$3/2^-$	42.56	0.002	11;5,12,8	1.28
$3/2^-$	45.67	0.001	4	1.32

Die Bedeutung der Größe d_i' ist in Kapitel 3.2 bzw. 6.1.1 erläutert.

Tabelle 4b: Lage und Hauptkomponenten von Zuständen im Diagonalisierungsverfahren für die PT-Spektralfunktionen des ^{12}C (Satz A).

J^π	S [MeV]	Nr. der Komponente	$-d_i'$
$1/2^+$	20.02	ν;4	1.1
$1/2^+$	32.75	2;1	1.0
$1/2^+$	33.60	3	1.0
$1/2^+$	35.52	4	1.1
$1/2^+$	44.66	5	1.0
$1/2^+$	45.04	6	1.0
$1/2^+$	46.78	7	1.0
$1/2^+$	64.80	9	1.0
$3/2^-$	11.28	ν	1.1
$3/2^-$	47.63	5	1.0
$3/2^-$	48.49	6,7	1.0
$3/2^-$	48.82	7,6	1.1
$3/2^-$	49.14	9;8	1.0
$3/2^-$	50.25	11	1.0

Die $1/2^+$-Resonanz bei S = 33.60 MeV ist wegen ihrer kleinen Stärke in der Spektralfunktion nicht sichtbar. Die bei nahezu derselben Energie auftretende Resonanz in der $1s_{1/2}(p)$-Spektralfunktion ist eine Einteilchenresonanz.

Tabelle 5: Gebundene 1p-2h-Konfigurationen, die an den $1p_{1/2}(p)$-Teilchenzustand im ^{12}C ankoppeln.

Nr.	ν	μ	$J_{\nu\mu}$	λ	S[MeV]	f_i^ν
1	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	0	$1p_{1/2}(n)$	29.74	0.145
2	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	1	$1p_{1/2}(n)$	29.74	-0.112
3	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(p)$	0	$1p_{1/2}(p)$	29.99	-0.206
4	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	1	$2s_{1/2}(n)$	47.61	0.003
5	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	2	$1d_{5/2}(n)$	48.49	0.025
6	$1s_{1/2}(n)$	$1p_{3/2}(p)$	1	$2s_{1/2}(n)$	49.10	0.007
7	$1s_{1/2}(n)$	$1p_{3/2}(p)$	2	$1d_{5/2}(n)$	49.98	-0.148
8	$1s_{1/2}(p)$	$1s_{1/2}(p)$	0	$1p_{1/2}(p)$	59.76	-0.002
9	$1s_{1/2}(p)$	$1s_{1/2}(n)$	0	$1p_{1/2}(n)$	61.00	0.001
10	$1s_{1/2}(p)$	$1s_{1/2}(n)$	1	$1p_{1/2}(n)$	61.00	0.002

Tabelle 6: Lage, Breite und Stärke von Resonanzen in den für ^{12}C (Satz A) unter Berücksichtigung von Targetkorrelationen berechneten Schalenmodell-Spektralfunktionen.

J^π	S[MeV]	Γ[MeV]	$\hat{S}_\nu^i$
$3/2^-$	14.56	-	0.75
$1/2^+$	21.36	-	0.39
$1/2^-$	22.75	-	0.016
$3/2^-$	26.47	-	0.10
$1/2^-$	27.65	-	0.004
$1/2^-$	29.43	-	0.051
$1/2^+$	32.39	0.08	0.01
$1/2^+$	32.83	0.05	0.18
$1/2^+$	34.20	0.05	0.02
$1/2^+$	35.60	0.65	0.02
$3/2^-$	35.85	0.45	0.002
$1/2^-$	37.45	0.17	0.003
$3/2^-$	39.50	0.57	0.025
$1/2^+$	41.80	0.50	0.05
$1/2^-$	45.40	0.50	0.010
$1/2^-$	47.05	0.25	0.001
$1/2^+$	52.85	1.30	0.04

Tabelle 7: Experimentelle Lage und Stärke von gebundenen Zuständen in den Spektralfunktionen des ^{12}C.

J^π	S[MeV]	$\hat{S}_\nu^i$
$3/2^-$	15.96	0.75
$1/2^-$	18.08	0.39
$3/2^-$	20.99	0.08
$1/2^+$	22.75	-

Die Angaben sind Ref. 39 entnommen.

Tabelle 8: Besetzungszahlen, Ablösearbeiten und Verteilungsbreiten, berechnet aus den Spektralfunktionen des ^{12}C (Satz A) und aus einer Störungsentwicklung.

ν	n_ν^+	$\bar{E}_\nu^+$[MeV]	$\Gamma_\nu^{\downarrow +}$[MeV]	$\Gamma_\nu^{\downarrow +*}$[MeV]	n_ν	$\bar{E}_\nu$[MeV]	$\Gamma_\nu^{\downarrow}$[MeV]	n_ν	$\bar{E}_\nu$[MeV]	n_ν^*	$\bar{E}_\nu^*$[MeV]	n_ν (Ref.34)	n_ν (Ref.35)
	(aus Momenten der Spektralfunktion)							(aus Störungsentwicklung)					
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$1s_{1/2}(p)$	1.00	30.86	21.0	9.6	0.935	37.15	20.9	0.925	36.85	0.989	31.38	0.948	0.934
$1p_{3/2}(p)$	1.00	15.97	15.8	6.9	0.954	20.49	16.0	0.919	20.70	0.987	16.41	0.892	0.820
$1p_{1/2}(p)$	0.00	-	-	-	0.097	33.13	11.4	0.079	(59.8)	0.037	(38.7)	0.097	0.263

+: Ergebnisse bei Vernachlässigung von Targetkorrelationen

*: Ergebnisse bei Nichtberücksichtigung von Kontinuumszuständen

Tabelle 9: Besetzungszahlen in Kontinuumszuständen von ^{12}C

λ	$s_{1/2}(p)$	$p_{1/2}(p)$	$p_{3/2}(p)$	$d_{3/2}(p)$	$d_{5/2}(p)$	$f_{5/2}(p)$	$f_{7/2}(p)$
$\bar{n}_\lambda$	0.014	0.009	0.008	0.012	0.020	0.001	0.006
n_λ [34]	-	0.003	0.002	0.020	0.017	0.002	0.013
n_λ [35]	0.003	0.011	0.007	0.026	0.024	-	0.002

Zur Erläuterung vgl. den Text in Kapitel 6.1.3

Tabelle 10: Auf endliche Energiebereiche bezogene Ablösearbeiten und Verteilungsbreiten aus $^{12}C(p,2p)$.

ν	S^{max} [MeV]	exp.[16] $\bar{E}_\nu$ [MeV]	exp.[16] $\Gamma_\nu^\downarrow$ [MeV]	diese Arbeit $\bar{E}_\nu$ [MeV]	diese Arbeit $\Gamma_\nu^\downarrow$ [MeV]
$1s_{1/2}(p)$	60	39.1	7.3	24.7	11.1
$1p_{3/2}(p)$	32	16.6	4.0	11.8	4.0

Tabelle 11: Ergebnisse für die Bindungsenergie $\frac{E_B}{B}$ (in MeV) von Protonen in ^{12}C.

S^{max}	exp.[32]	Koltuns Summenregel (e,e'p)-Messung[8]	diese Arbeit	
74	-	-4.0	-3.2+	-3.9
∞	-6.9	-	-4.9+	-5.6

+: Wert ohne Korrektur auf die Schwerpunktsbewegung.

Weitere Erläuterungen sind in Kapitel 6.1.3 zu finden.

Tabelle 12: Lage und Stärke von Resonanzen in den für ^{16}O unter Vernachlässigung von Targetkorrelationen berechneten Schalenmodell-Spektralfunktionen.

S [MeV]	J^π	$\hat{S}_\nu^i$
5.2	$1/2^-$	0.89
10.5	$3/2^-$	0.84
12.1	$1/2^+$	0.38
15.1	$1/2^+$	0.05
19.7	$1/2^+$	0.11
23.2	$1/2^+$	0.02
25.8	$1/2^-$	0.01
28.2+28.6	$1/2^+$	0.07
31.2	$1/2^+$	0.09
31.9	$3/2^-$	0.01
32.3	$1/2^+$	0.02
33.6	$1/2^+$	0.01
35.1	$3/2^-$	0.01
39 - 60	$1/2^-$	0.05
39 - 60	$3/2^-$	0.07
39 - 60	$1/2^+$	0.09

Tabelle 13: Lage und Stärke der tiefsten gebundenen Zustände in den Spektralfunktionen des ^{16}O.

	diese Arbeit		exp.[38]	
	S [MeV]	$\hat{S}_\nu^i$	S [MeV]	$\hat{S}_\nu^i$
$1/2^-$	9.9	0.76	12.13	1.2
$1/2^+$	13.8	0.12	17.43	0.01
$3/2^-$	14.8	0.71	18.45	0.9

Die Werte in den Spalten 1 und 2 sind im CSM mit Berücksichtigung von Targetkorrelationen berechnet worden.

Tabelle 14: Besetzungszahlen, Ablösearbeiten und Verteilungsbreiten, berechnet aus den Spektralfunktionen des ^{16}O und aus einer Störungsentwicklung.

ν	n_ν^+ (aus Spektralfunktion)	$\bar{E}_\nu[MeV]^+$ (aus Spektralfunktion)	$T_\nu^\downarrow[MeV]^+$ (aus Spektralfunktion)	n_ν (aus Störungsentwicklung)	$\bar{E}_\nu[MeV]$ (aus Störungsentwicklung)	n_ν (Ref.35)	E^{max} (Ref.7)
$1s_{1/2}(p)$	1.0	29.45	22.0	0.925	35.51	1.0	44
$1p_{3/2}(p)$	1.0	17.49	18.3	0.926	22.24	0.950	19
$1p_{1/2}(p)$	1.0	11.17	18.7	0.872	16.40	0.897	12
$1d_{5/2}(p)$	0.0	-	-	0.076	(39.40)	0.049	-
$2s_{1/2}(p)$	0.0	-	-	0.040	(65.87)	0.002	-

+: Werte bei Vernachlässigung von Targetkorrelationen

E^{max} bezeichnet die Lage des Maximums von Resoanzen im (p,2p)-Wirkungsquerschnitt.

Tabelle 15: Lage der tiefsten gebundenen 1p-2h- und 2p-3h-Konfigurationen.

	^{12}C, Satz A		^{16}O	
	1p-2h	2p-3h	1p-2h	2p-3h
$1/2^+$	32.73	46.50	22.24	44.75
$3/2^-$	29.74	43.51	37.09	26.47
$1/2^-$	29.74	43.51	37.96	26.47

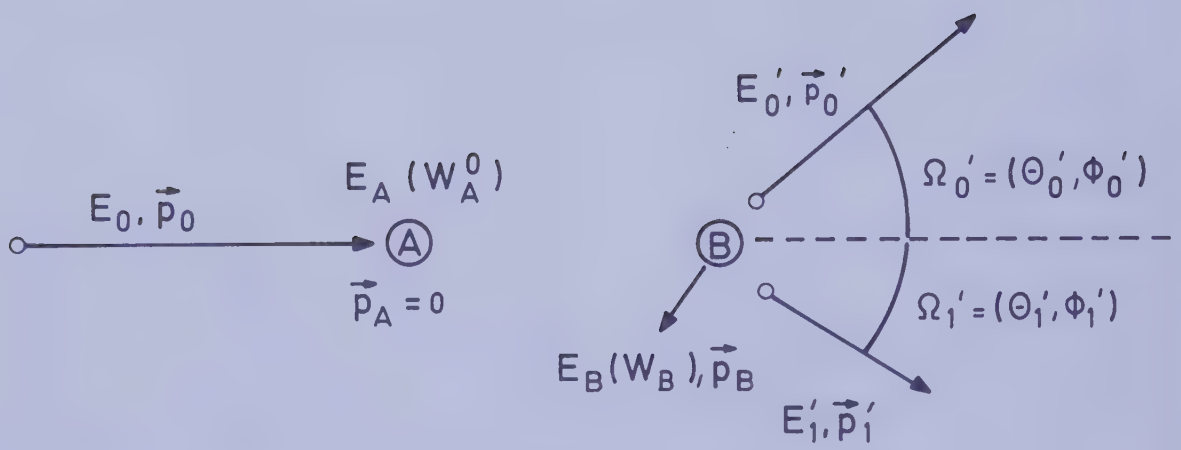


Abb.1: Kinematische Variable der Reaktion A(p,2p)B. Die Größen E_i bezeichnen die relativistischen Gesamtenergien von Teilchen mit dem Impuls $\vec{p}_i$. W_A^o und W_B sind die negativen Bindungsenergien von Target- und Restkern.

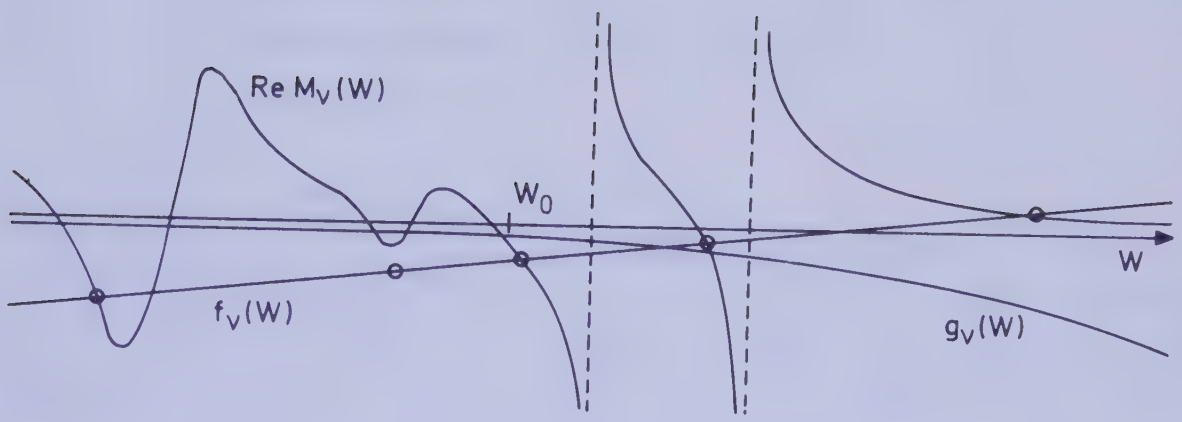


Abb.2: Schematischer Verlauf von $ReM_{\nu\nu}(W)$ im CSM ohne Targetkorrelationen unter- und oberhalb der Teilchenschwelle W_o, sowie des "rückwärtslaufenden" Terms $g_\nu(W) = M^{A+1,PT}$. Die Schnittpunkte mit der Geraden $f_\nu(W) = W - \varepsilon_\nu$ ergeben die Lage von gebundenen Zuständen und Resonanzen (vgl. den Text in Kapitel 3.3).

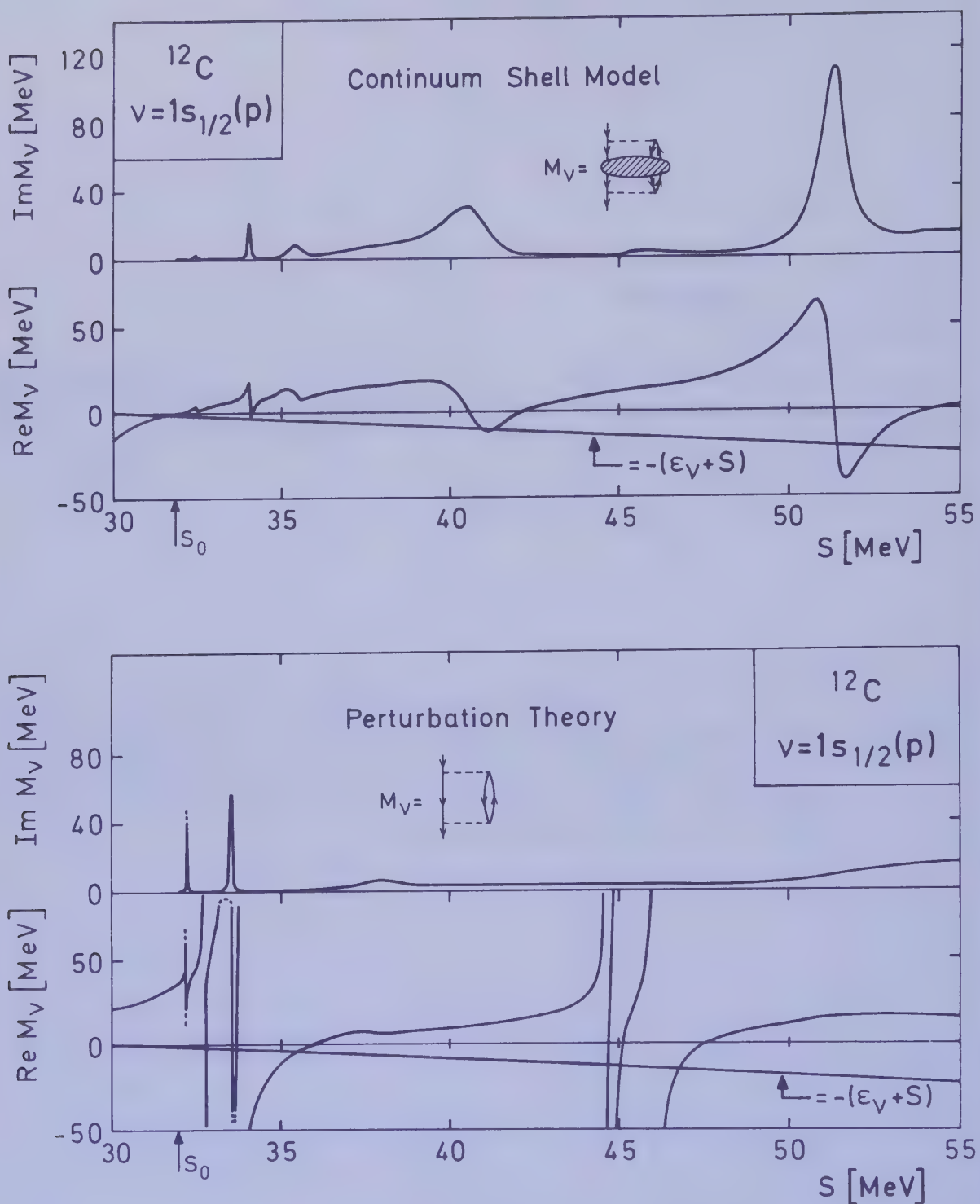


Abb.3: Re $M_{1s_{1/2}}(p)$ und Im $M_{1s_{1/2}}(p)$ für ^{12}C als Funktion der Separationsenergie S, berechnet im CSM und in PT unter Vernachlässigung von Targetkorrelationen mit dem Parametersatz A.

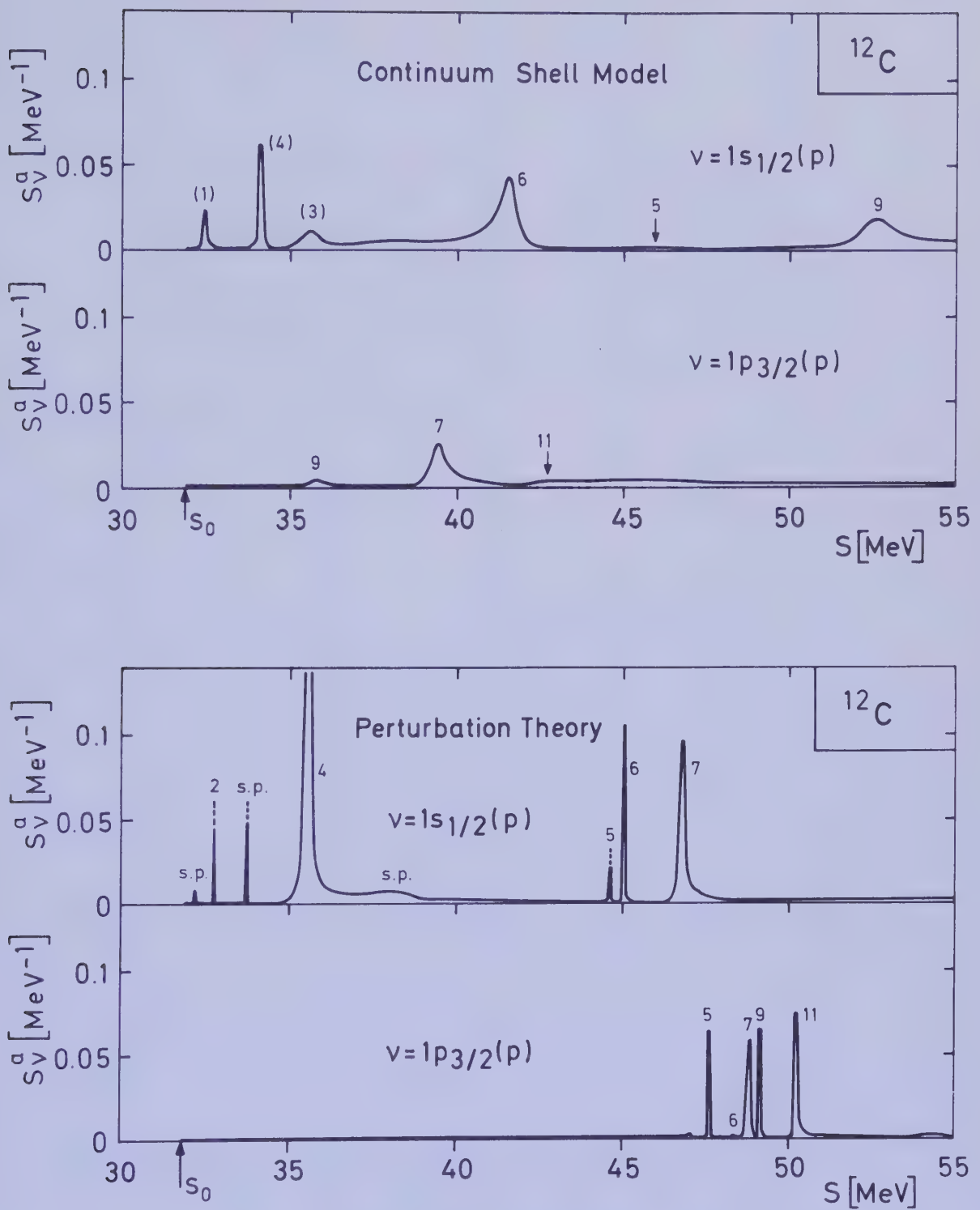


Abb.4: $S^a_{1s_{1/2}}(p)$ und $S^a_{1p_{3/2}}(p)$ für ^{12}C als Funktion der Separationsenergie S, berechnet im CSM und in PT unter Vernachlässigung von Targetkorrelationen mit dem Parametersatz A. Die Nummern geben an, welcher der Zustände aus Tab. 2 den Hauptbeitrag zur jeweiligen Resonanz liefert (vgl. den Text in Kapitel 6.1.1).

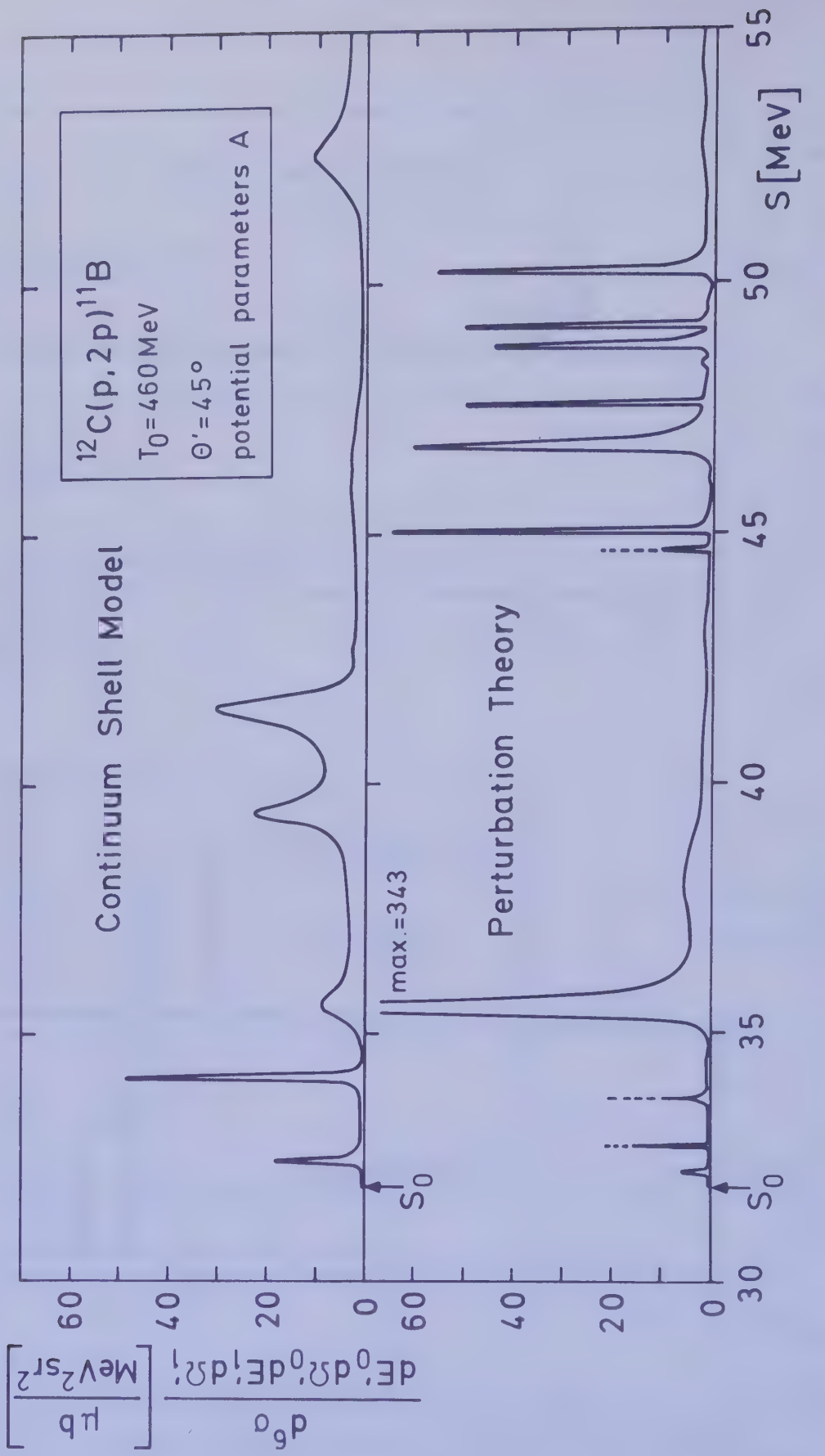


Abb.5: Differentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $^{12}C(p,2p)^{11}B$, berechnet im CSM und in PT unter Vernachlässigung von Targetkorrelationen mit dem Parametersatz A.

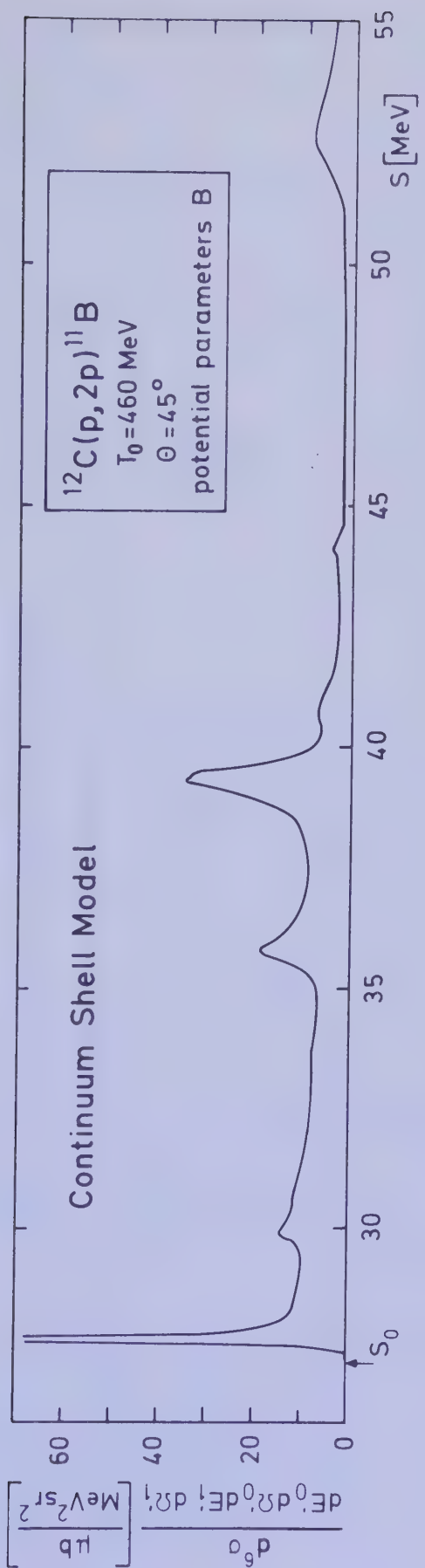


Abb.6: Differentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $^{12}C(p,2p)^{11}B$, berechnet im CSM unter Vernachlässigung von Targetkorrelationen mit dem Parametersatz B.

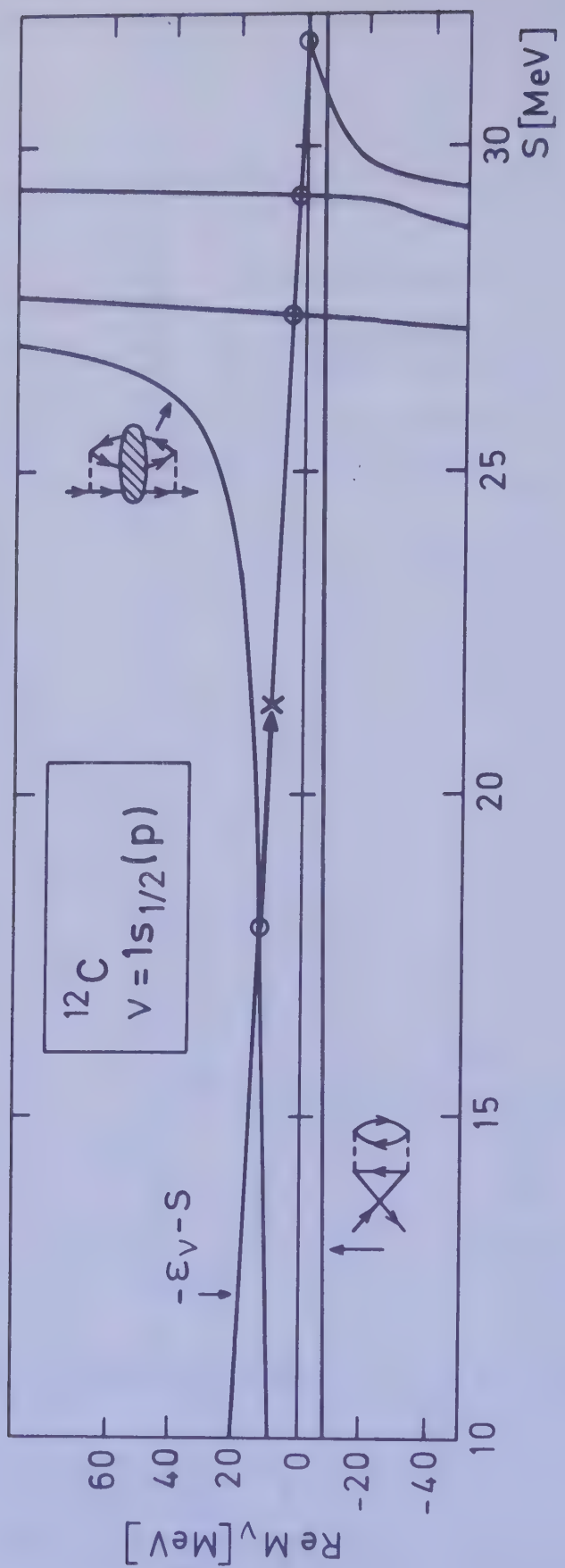


Abb.7: Der Verlauf der beiden Beiträge zum Massenoperator $M_{\nu\nu}(W)$ bei Berücksichtigung von Targetkorrelationen im Energiebereich gebundener Zustände, berechnet für ^{12}C, Satz A. Kreise bedeuten die Lage von Zuständen bei Vernachlässigung von Targetkorrelationen. Das Kreuz zeigt die Position des tiefsten gebundenen Zustands bei Mitnahme von Targetkorrelationen an.

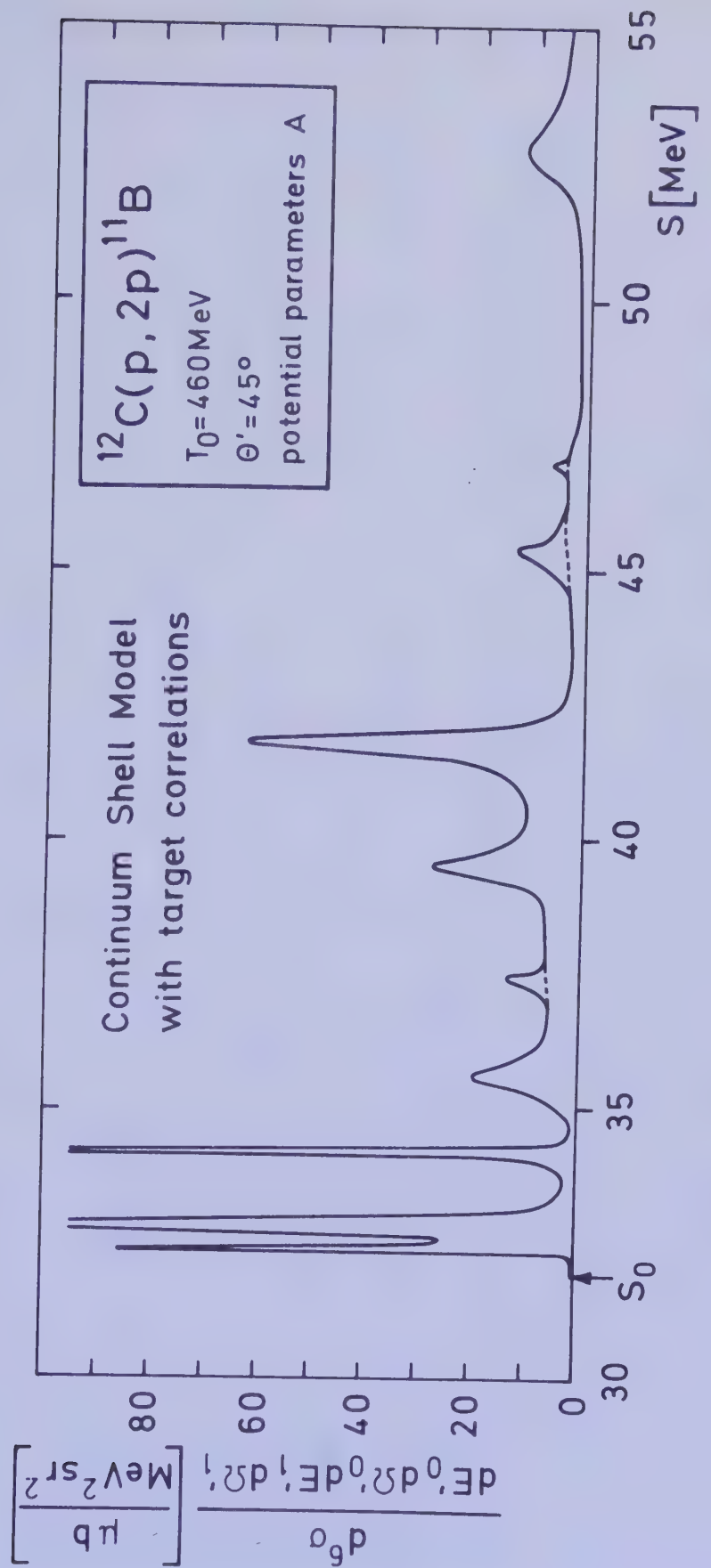


Abb.8: Differentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $^{12}C(p,2p)^{11}B$, berechnet im CSM unter Berücksichtigung von Targetkorrelationen mit dem Parametersatz A. Resonanzen, die zur $1p_{1/2}$(p)-Spektralfunktion gehören, sind durch gestrichelte Linien vom Untergrund abgehoben.

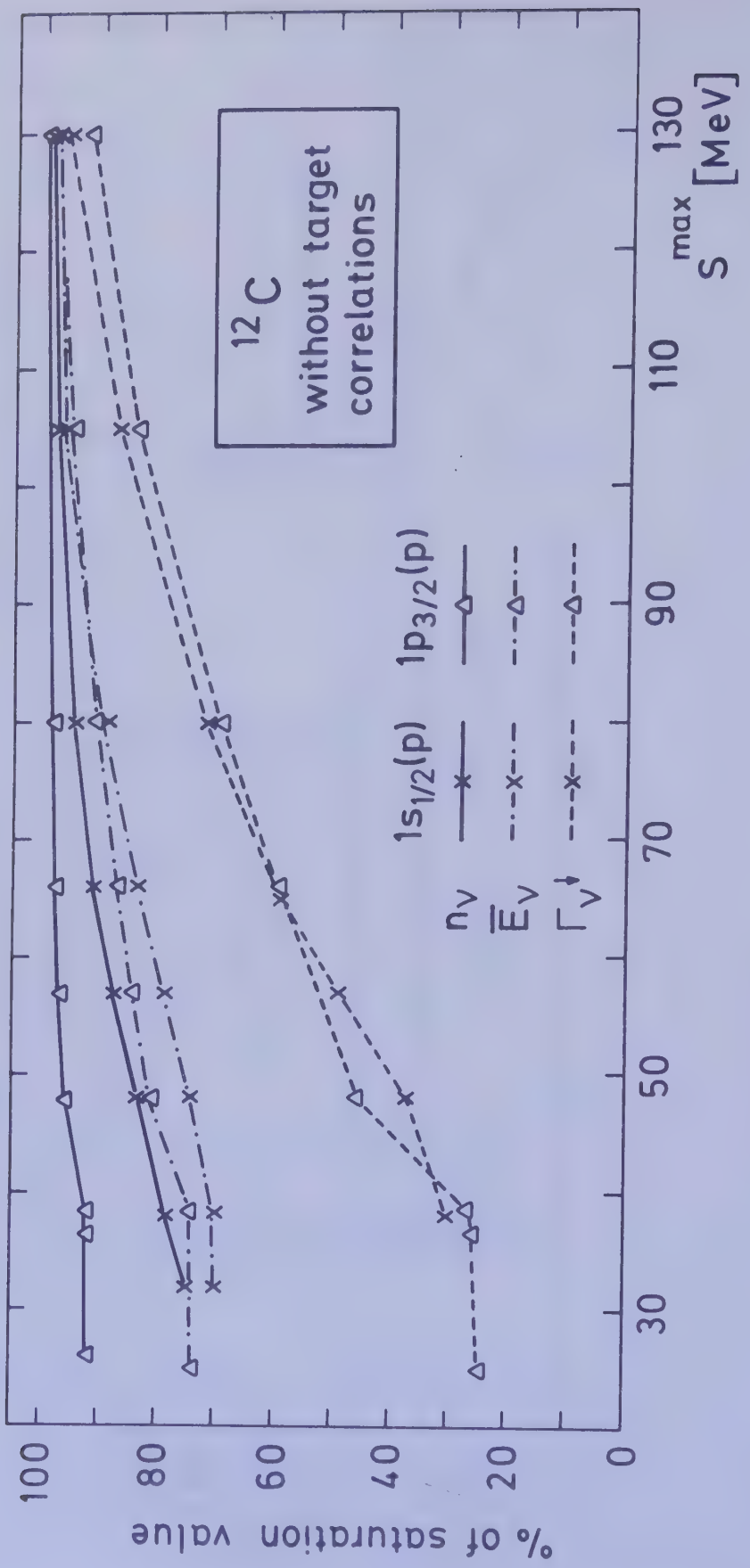


Abb.9: Die Werte für Besetzungszahlen n_ν, Ablösearbeiten $\bar{E}_\nu$ und Verteilungsbreiten Γ_ν bei Integration der CSM-Spektralfunktion (ohne Targetkorrelationen) bis zur Separationsenergie S^{max}, angegeben in Prozent der vollen Werte ($S_{max} = \infty$), für ^{12}C, Satz A.

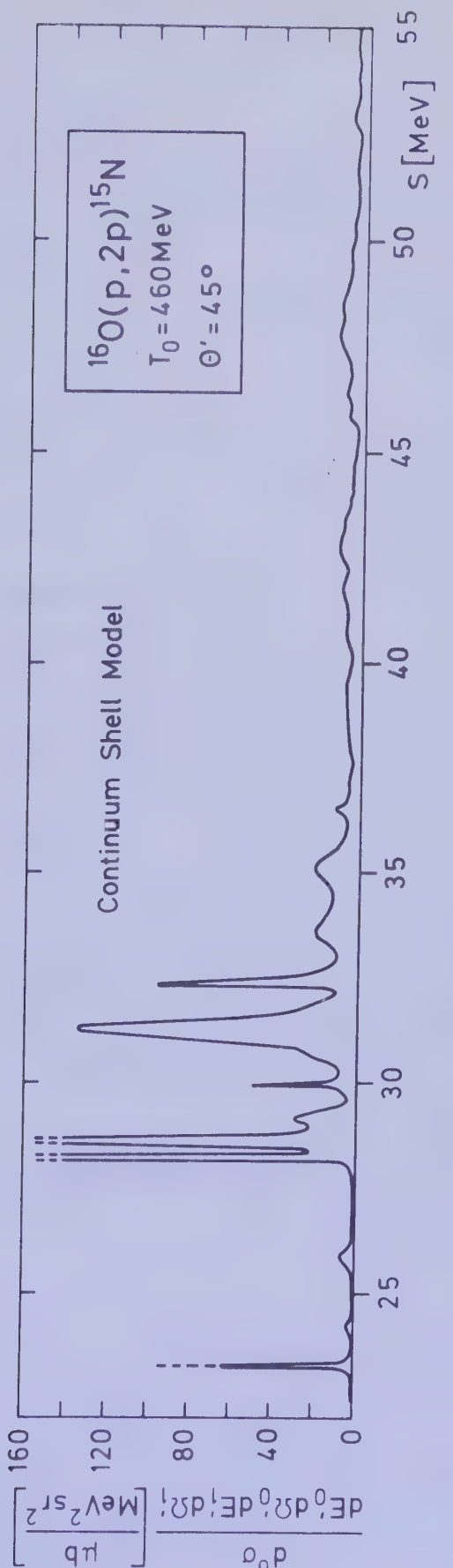


Abb.10: Differentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $^{16}O(p,2p)^{15}N$, berechnet im CSM unter Vernachlässigung von Targetkorrelationen.

Literaturverzeichnis

1) D.H.E. Groß, R. Lipperheide,
Nucl. Phys. A150 (1970) 449.

2) U. Wille, D.H.E. Groß, R. Lipperheide,
Phys. Rev. C4 (1971) 1070.

3) U. Wille,
Die Struktur der Wirkungsquerschnitte von (p,2p)-Reaktionen an leichten Kernen, Dissertation, Berlin 1971.

4) U. Wille, R. Lipperheide,
Nucl. Phys. A189 (1972) 113,
(Errata: Nucl. Phys. A211 (1973) 619).

5) A. Faessler, S. Kusuno, G.L. Strobel,
Nucl. Phys. A203 (1973) 513.

6) W. Fritsch, R. Lipperheide, U. Wille,
Nucl. Phys. A198 (1972) 515.

7) G. Jacob, Th.A.J. Maris,
Rev. Mod. Phys. 38 (1966) 121,
Rev. Mod. Phys. 45 (1973) 6.

8) M. Bernheim, A. Bussière, A. Gillebert, J. Mougey,
Phan Xuan Ho, M. Priou, D. Royer, J. Sick, G.J. Wagner,
Phys. Rev. Lett. 32 (1974) 898.

9) G.J. Wagner,
Separations- und Einteilchenenergien leichter und mittelschwerer Kerne, Habilitationsschrift, Heidelberg 1970,
MPI H-1970 - V8.

10) G.J. Wagner,
in: Lecture Notes in Physics, Band 23,
Springer, Berlin 1973.

11) J. Källne, B. Fagerström,
Proceedings of the Fifth International Conference on High Energy Physics and Nuclear Structure (Uppsala 1973),
im Druck.

12) B. Fagerström, J. Källne,
Phys. Scripta 8 (1973) 14.

13) E.F. Redish, G.J. Stephenson, Jr., G.M. Lerner,
Phys. Rev. C2 (1970) 1665.

14) D.F. Jackson,
Nucl. Phys. A90 (1967) 209.

15) D.F. Jackson, B.K. Jain,
Phys. Lett. 27B (1968) 147.

16) A.N. James, P.T. Andrews, P. Butler, N. Cohen, B.G. Lowe,
Nucl. Phys. A133 (1969) 89.

17) A.N. James, P.T. Andrews, P. Kirkby, B.G. Lowe,
Nucl. Phys. A138 (1969) 145.

18) G. Landaud, J. Yonnet, S. Kullander, F. Lemeilleur,
P.U. Renberg, B. Fagerström, A. Johansson, G. Tibell,
Nucl. Phys. A173 (1971) 337.

19) B.K. Jain, D.F. Jackson,
Nucl. Phys. A99 (1967) 113.

20) R. Shanta, B.K. Jain,
Nucl. Phys. A175 (1971) 417.

21) V.E. Herscovitz, G. Jacob, Th.A.J. Maris,
Nucl. Phys. A109 (1968) 478.

22) V.E. Herscovitz,
Nucl. Phys. A161 (1971) 321.

23) R. Shanta,
Nucl. Phys. A199 (1973) 624.

24) H.S. Köhler,
Nucl. Phys. 88 (1966) 529.

25) T.A. Hughes, S. Fallieros, B. Goulard,
Particles and Nuclei 2 (1971) 93.

26) A.E.L. Dieperink, P.J. Brussaard,
Z. Physik 261 (1973) 117.

27) P. Nozières,
Theory of Interacting Fermi Systems,
W.A. Benjamin, New York 1964.

28) F. Villars,
Collision Theory,
in: Fundamentals in Nuclear Theory, (Wien 1967).

29) S. Pittel, N. Austern,
Phys. Rev. Lett. 29 (1972) 1403.

30) S. Pittel, N. Austern,
Nucl. Phys. A218 (1974) 221.

31) B.H. Brandow,
Rev. Mod. Phys. 39 (1967) 771.

32) D.S. Koltun,
Phys. Rev. Lett. 28 (1972) 182.

33) D.S. Koltun,
Phys. Rev. C9 (1974) 484.

34) A. Goswami, M.K. Pal,
Nucl. Phys. 44 (1963) 294.

35) D. Agassi, V. Gillet, A. Lumbroso,
Nucl. Phys. A130 (1969) 129.

36) W. Fritsch, R. Lipperheide, U. Wille,
Phys. Lett. 45B (1973) 103.

37) W. Fritsch, R. Lipperheide, U. Wille,
Proceedings of the Fifth International Conference on
High Energy Physics and Nuclear Structure (Uppsala 1973),
im Druck.

38) N.B. Gove, A.H. Wapstra,
Nucl. Data Tables 11 (1972) 127.

39) F. Hinterberger, G. Mairle, U. Schmidt-Rohr, P. Turek,
G.J. Wagner,
Nucl. Phys. A106 (1968) 161.

40) H. Doubre, D. Royer, M. Arditi, L. Bimbot, N. Frascaria,
J.P. Garron, M. Riou,
Phys. Lett. 29B (1969) 355.

41) A. Bohr, B.R. Mottelson,
Nuclear Structure,
W.A. Benjamin, New York 1969.

42) A. Cortes, C. Marty,
Phys. Lett 38B (1972) 211.

43) L.J. Parish, R.A. Brown, K.A. Eberhard, A.Richter,
W. von Witsch,
Phys. Rev. C9 (1974) 876.

Diese Arbeit wurde in der Arbeitsgruppe "Theoretische Physik" des Bereichs Kern- und Strahlenphysik am Hahn-Meitner-Institut für Kernforschung Berlin ausgeführt.

Für die Unterstützung bei ihrer Anfertigung danke ich B. Bohne, E. Kuss, I. Lang, A. Siefert, A. Valentien, J. Würz und vor allem R. Lipperheide und U. Wille.

Lebenslauf

Am 16.3.1947 wurde ich in Berlin-Mitte als drittes von vier Kindern des Arztes Dr. Günter Fritsch und seiner Frau, der Ärztin Ilse Fritsch, geb. Axhausen, geboren. Nach der Übersiedlung nach West-Berlin im Jahre 1953 besuchte ich von 1953 bis 1957 die St. Marienschule in Berlin-Neukölln und ab 1957 den altsprachlichen Zweig des Canisius-Kolleg Gymnasiums in Berlin-Tiergarten. Im Jahre 1966 bestand ich dort die Reifeprüfung.

Seit dem Sommersemester 1966 studiere ich an der Freien Universität Berlin Physik. Im Juli 1968 legte ich die Diplom-Vorprüfung ab. Nach dem Sommersemester 1969 begann ich in der experimentellen Abteilung des Sektors Kernphysik am Hahn-Meitner-Institut unter der Anleitung von Dr. E. Finckh mit der Anfertigung der Diplomarbeit zum Thema "Untersuchung von Strukturen in der Neutronenyieldkurve der Reaktion $^{18}O(p,n)^{18}F$ durch Neutronenflugzeitmessungen". Im Juni 1971 bestand ich die Diplomprüfung. Seit Juli 1971 bin ich Doktorand bei Dr. R. Lipperheide und wissenschaftlicher Angestellter in der Arbeitsgruppe "Theoretische Physik" des Bereichs Kern- und Strahlenphysik am Hahn-Meitner-Institut. Während meiner Diplomanden- und Doktorandenzeit habe ich an der Gestaltung des kernphysikalischen Praktikums und von Übungen in Theoretischer Physik mitgewirkt.